



**Titre:** Validation de la méthode SPM pour l'autoprotection des résonances  
Title:

**Auteur:** Frédéric Simon  
Author:

**Date:** 2011

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Simon, F. (2011). Validation de la méthode SPM pour l'autoprotection des résonances [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/585/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/585/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Alain Hébert, & Jean Koclas  
Advisors:

**Programme:** Génie énergétique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

VALIDATION DE LA MÉTHODE SPM POUR L'AUTOPROTECTION DES  
RÉSONANCES

FRÉDÉRIC SIMON  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE ÉNERGÉTIQUE)  
MAI 2011

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

VALIDATION DE LA MÉTHODE SPM POUR L'AUTOPROTECTION DES  
RÉSONANCES

présenté par : SIMON Frédéric.

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. MUREITHI Njuki-William, Ph.D., président.

M. HÉBERT Alain, D.Ing., membre et directeur de recherche.

M. KOCLAS Jean, Ph.D., membre et codirecteur de recherche.

Mme. ROQUE Bénédicte, D.Ing., membre.

## REMERCIEMENTS

J'aimerais en premier lieu remercier mon directeur de recherche Alain Hébert, pour m'avoir proposé ce sujet de recherche, son aide et ses encouragements. Un grand merci à Nicolas Martin pour son assistance dans la prise en main des outils informatiques et les éclaircissements qu'il m'a apportés lorsque j'ai commencé mon travail.

Cette maîtrise a été l'occasion d'un stage au Laboratoire d'Études Physiques du CEA Cadarache. Je tiens à remercier ici Jean-François Vidal dont l'extrême disponibilité et la grande expérience ont pour beaucoup participé à l'avancement de mes travaux, Romain Le Tellier pour ses conseils avisés et nos échanges fructueux, Alain Santamarina pour son dynamisme et son enthousiasme légendaires ainsi que pour le suivi perspicace de mes travaux. Merci enfin à tous les membres du laboratoire pour leur accueil chaleureux, notamment aux stagiaires et thésards pour les parties de tennis, de beach-volley et les pizzas Buffalo.

## RÉSUMÉ

L'autoprotection des résonances, rendue nécessaire par la discrétisation multigroupe de l'équation de transport, est une des sources principales d'erreur en physique des réacteurs. Ce projet s'intéresse à la validation d'une méthode d'autoprotection des résonances développée à l'Institut de Génie Nucléaire de l'École Polytechnique de Montréal et implantée dans le code DRAGON : la méthode SPM (pour *Subgroup Projection Method*). Il intervient dans le cadre plus large du développement de réacteurs de quatrième génération et notamment de réacteurs à neutrons rapides, pour l'étude desquels la méthode SPM n'a jamais été utilisée.

Deux aspects de la méthode SPM ont été étudiés :

1. la méthode SPM fait une série d'hypothèses simplificatrices permettant de découpler calcul d'autoprotection et calcul de flux, regroupées sous le nom d'approximation de Livolant-Jeanpierre. La méthode d'autoprotection mise en œuvre dans le code européen ECCO associe au contraire calcul d'autoprotection et calcul de flux. La validation a donc consisté à comparer les résultats fournis par les deux codes. On s'est attaché dans ce travail à supprimer toutes les sources de biais parasites, ce qui a nécessité des études de validation préliminaires. L'étude a conclu à la validité de l'approximation de Livolant-Jeanpierre pour tout type de spectre neutronique et donc à la possibilité d'étendre le domaine d'application de la méthode SPM à l'étude des réacteurs à neutrons rapides.
2. dans la méthode SPM, la totalité des sections efficaces sont condensées par le flux scalaire. Un des buts de ce projet était de mesurer les erreurs générées par cette hypothèse, notamment dans le cadre de modèles de fuites. Là encore, on a utilisé le code ECCO, qui réalise lui une condensation spécifique pour la section totale et la section de diffusion anisotrope. L'étude a conclu à la nécessité d'une condensation spécifique pour la section totale dans le cadre de modèles de fuites et à l'impact très faible du type de condensation pour la section de diffusion anisotrope.

## ABSTRACT

The numerical solution of the transport equation is greatly facilitated by using a multi-group discretization in energy. Multigroup discretization comes along with resonance self-shielding, which is one of the main error sources in reactor physics. The aim of this project is to validate a resonance self-shielding method developed for the DRAGON code in the Institut de Génie Nucléaire at the École Polytechnique de Montréal : the Subgroup Projection Method (SPM). This project is related to the development of fourth generation fast neutron reactors, for which the SPM method has never been used.

Two different aspects of the SPM method have been studied :

1. the SPM method makes a series of assumptions called the “Livolant-Jeanpierre approximation”, which allows to decouple the self-shielding calculation and the main flux calculation. On the contrary, in the European code ECCO, the self-shielding calculation and the flux calculation are performed together. Thus, the results given by DRAGON and ECCO have been compared. Preliminary studies have been carried out in order to suppress difference sources not related to the Livolant-Jeanpierre approximation. The study proves the validity of the Livolant-Jeanpierre approximation for any kind of neutron spectrum and thus the possibility to use the SPM method for fast neutron reactors.
2. in the SPM method, every cross section is condensed with the scalar flux. This project aimed to calculate the errors generated by this assumption, particularly when leakage is involved. The ECCO code has been used again, because contrary to DRAGON it performs a specific condensation for the total cross section and the anisotropic diffusion cross section. According to the results of this study, the total cross section should not be merely condensed with the scalar flux whenever a leakage model is involved. The impact of the condensation of the anisotropic diffusion cross section appears to be insignificant.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	v
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vi
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	viii
LISTE DES FIGURES . . . . .	x
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xi
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 2 MODÈLES D'AUTOPROTECTION . . . . .	6
2.1 Notions indispensables . . . . .	6
2.1.1 Approximation de Livolant-Jeanpierre . . . . .	6
2.1.2 Modèles de ralentissement . . . . .	7
2.1.3 Tables de probabilité . . . . .	10
2.2 La méthode de Monte-Carlo . . . . .	12
2.3 Présentation des codes de réseau déterministes étudiés . . . . .	12
2.3.1 Le code DRAGON . . . . .	12
2.3.2 Le code APOLLO2 . . . . .	14
2.3.3 Le code ECCO . . . . .	14
2.4 Méthodes de sous-groupes . . . . .	14
2.4.1 Méthode des sous-groupes d'APOLLO2 . . . . .	14
2.4.2 Méthode des sous-groupes d'ECCO . . . . .	17
2.4.3 Méthode des sous-groupes de DRAGON . . . . .	17
2.5 Maillages énergétiques . . . . .	20
2.5.1 Le maillage SHEM à 281 groupes . . . . .	20
2.5.2 Le maillage SHEM à 361 groupes . . . . .	20

2.5.3	Le maillage à 1968 groupes . . . . .	20
2.6	Production des bibliothèques de sections efficaces . . . . .	21
CHAPITRE 3 VALIDATION DE L'APPROXIMATION DE LIVOLANT-JEANPIERRE		24
3.1	Hypothèse de source purement élastique . . . . .	24
3.1.1	Le problème . . . . .	24
3.1.2	Les résultats . . . . .	25
3.2	Indépendance du calcul d'autoprotection . . . . .	28
3.2.1	Le problème . . . . .	28
3.2.2	Les résultats . . . . .	29
3.3	Autoprotection des transferts . . . . .	33
3.3.1	Le problème . . . . .	33
3.3.2	Les résultats . . . . .	34
3.4	Validation de l'approximation de structure fine . . . . .	39
3.4.1	Le problème . . . . .	39
3.4.2	Les résultats . . . . .	40
3.4.3	La nécessité d'un maillage SHEM-RNR . . . . .	42
CHAPITRE 4 VALIDATION DE LA MÉTHODE DE CONDENSATION		44
4.1	Les modèles de fuites $B_n$ . . . . .	45
4.2	Le mode fondamental homogène . . . . .	46
4.2.1	Les équations $B_1$ homogène . . . . .	46
4.2.2	Introduction des taux de fuites dans le calcul de réseau . . . . .	49
4.3	Le mode fondamental hétérogène . . . . .	51
4.4	La méthode de validation de la condensation de $\Sigma_{\text{tot}}$ et $\Sigma_{s1}$ . . . . .	53
4.5	Les résultats . . . . .	55
4.5.1	Condensation de la section $\Sigma_{s1}$ . . . . .	55
4.5.2	Condensation de la section $\Sigma_{\text{tot}}$ . . . . .	56
4.5.3	Les développements possibles . . . . .	57
CHAPITRE 5 CONCLUSION		58
RÉFÉRENCES		60
ANNEXES		63



## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Écart en réactivité induit par l'imposition d'une source purement élastique, benchmark RNR-Na . . . . .	25
Tableau 3.2	Variation relative de la section efficace microscopique totale de l'U238 avant et après autoprotection . . . . .	26
Tableau 3.3	Écart en réactivité induit par l'imposition d'une source purement élastique, benchmark REP . . . . .	28
Tableau 3.4	Écart en réactivité induit par l'indépendance du calcul d'autoprotection, benchmark RNR-Na . . . . .	29
Tableau 3.5	Caractéristiques des trois assemblages MOX étudiés . . . . .	30
Tableau 3.6	$k_{\text{eff}}$ des trois assemblages MOX étudiés . . . . .	32
Tableau 3.7	Nombre d'appels à la procédure de calcul des probabilités de collision .	32
Tableau 3.8	Temps de calcul pour les trois assemblages MOX étudiés . . . . .	33
Tableau 3.9	Paramètres des simulations TRIPOLI-4 . . . . .	34
Tableau 3.10	Écart en réactivité induit par l'autoprotection des transferts . . . . .	36
Tableau 3.11	Écart relatif moyen sur les taux de capture de l'U238 et de fission du Pu239 entre DRAGON avec et sans autoprotection des transferts et TRIPOLI-4 . . . . .	37
Tableau 3.12	Rayons des six couronnes d'autoprotection . . . . .	40
Tableau 3.13	Écart relatif moyen entre DRAGON, ECCO et TRIPOLI-4 sur les taux de capture de l'U238 dans la pastille combustible : cellule REP à combustible UOX . . . . .	41
Tableau 3.14	Écart relatif moyen entre DRAGON, ECCO et TRIPOLI-4 sur les taux de capture de l'U238 dans les six couronnes d'autoprotection : cellule REP à combustible UOX . . . . .	42
Tableau 3.15	Écart relatif moyen entre DRAGON, ECCO et TRIPOLI-4 sur les taux de capture de l'U238 et de fission du Pu239 : cellules RSM, RNR-Na et RNR vidangée . . . . .	43
Tableau 4.1	Écarts introduits par la condensation de la section $\Sigma_{s1}$ par le flux fondamental . . . . .	55
Tableau 4.2	Écarts introduits par la condensation des sections $\Sigma_1$ et $\Sigma_{s1}$ par le flux fondamental . . . . .	56
C.1	Variation relative des sources totale et de fission dans le combustible entre la première et la dernière itération de puissance : cellule RNR-Na	71

C.2	Variation relative des source totale et de fission entre la première et la dernière itération de puissance dans la pastille combustible UOX la plus externe et dans la pastille MOX la plus interne : assemblage REP MOXé . . . . .	73
D.1	Taux de capture de l'U238 avec et sans autoprotection des transferts : benchmark REP . . . . .	79
D.2	Taux de capture de l'U238 avec et sans autoprotection des transferts : benchmark REB . . . . .	83

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Section efficace totale de l'U238 . . . . .	2
Figure 1.2	Phénomène d'autoprotection . . . . .	4
Figure 2.1	Principe d'une table de probabilité . . . . .	11
Figure 2.2	Simulation de l'histoire d'un neutron par la méthode de Monte-Carlo .	13
Figure 2.3	Structure simplifiée d'un calcul ECCO . . . . .	18
Figure 2.4	Flux de données pour les codes de Monte-Carlo à énergie continue . . .	21
Figure 2.5	Flux de données pour les codes déterministes multigroupes . . . . .	22
Figure 3.1	Évolution du rapport $\frac{Q_g^{\text{elas}}}{Q_g^{\text{tot}}}$ pour une cellule RNR-Na . . . . .	27
Figure 3.2	Évolution du rapport $\frac{Q_g^{\text{elas}}}{Q_g^{\text{tot}}}$ pour une cellule REP . . . . .	28
Figure 3.3	Géométrie de l'assemblage MOX étudié . . . . .	31
Figure 3.4	Spectres dans le combustible des cellules REP, REB, RSM et RNR-Na	35
Figure 3.5	Écarts relatifs multigroupes sur les taux de capture de l'U238 et de fis- sion du Pu239 entre DRAGON avec et sans autoprotection des trans- ferts et TRIPOLI-4 : cellule REP . . . . .	38
Figure 3.6	Écarts relatifs multigroupes sur les taux de capture de l'U238 et de fis- sion du Pu239 entre DRAGON avec et sans autoprotection des trans- ferts et TRIPOLI-4 : cellule REB . . . . .	38
Figure 3.7	Effet de peau dans une cellule thermique . . . . .	41
Figure 4.1	Schéma itératif d'obtention du laplacien critique . . . . .	52

## LISTE DES ANNEXES

Annexe A	MÉTHODES DE CALCUL DES TABLES DE PROBABILITÉ . . . .	63
Annexe B	CARACTÉRISTIQUES DES BENCHMARKS . . . . .	69
Annexe C	SOURCES TOTALE ET DE FISSION POUR LA VALIDATION DE L'INDÉPENDANCE DU CALCUL D'AUTOPROTECTION . . . . .	71
Annexe D	TAUX DE RÉACTION MULTIGROUPES POUR LA VALIDATION DE L'AUTOPROTECTION DES TRANSFERTS . . . . .	79

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ENDF	Evaluated Nuclear Data File
JEFF	Joint Evaluated Fission and Fusion File
REB	Réacteur à Eau Bouillante
REP	Réacteur à Eau Pressurisée
RNR	Réacteur à Neutrons Rapides
RNR-Na	Réacteur à Neutrons Rapides refroidi au Sodium
SPM	Subgroup Projection Method
USS:	Universal Self-Shielding (module d'autoprotection du code DRAGON)

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

La physique des réacteurs est l'étude des interactions entre les neutrons et la matière dans un réacteur nucléaire. Les interactions entre les neutrons et les noyaux sont décrites par des modèles de physique nucléaire comme des fonctions de l'énergie incidente du neutron et des caractéristiques du noyau. La répartition de la population de neutrons dans un cœur stationnaire est régie par l'équation de transport suivante :

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \phi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) = Q(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) \quad (1.1)$$

où l'expression de la source  $Q$  est donnée par :

$$Q(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) = \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d^2\Omega' \Sigma_s(\mathbf{r}, E \leftarrow E', \boldsymbol{\Omega} \leftarrow \boldsymbol{\Omega}') \phi(\mathbf{r}, E', \boldsymbol{\Omega}') + \frac{1}{4\pi k_{\text{eff}}} \chi(E) \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(\mathbf{r}, E') \phi(\mathbf{r}, E') \quad (1.2)$$

La solution de l'équation (1.1) est le flux  $\phi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})$  qui est le produit de la densité neutronique par la vitesse du neutron. Les paramètres de cette équation sont les sections efficaces qui caractérisent la probabilité pour un neutron d'avoir une interaction avec un noyau. Les sections efficaces dépendent de l'énergie et peuvent présenter des variations très rapides en fonction de l'énergie appelées résonances. La figure 1.1 présente la section efficace totale de l'uranium 238.

L'équation de transport n'a pas de solution analytique et doit donc être résolue numériquement à l'aide de codes de calcul. On distingue deux types de méthodes :

- les méthodes déterministes : l'équation de transport est résolue explicitement par des méthodes numériques.
- la méthode de Monte-Carlo : l'équation de transport n'est pas résolue explicitement, les parcours de millions de neutrons dans le cœur sont simulés pour en déduire une statistique. Ce type de calcul, très long en raison du nombre d'histoires à simuler, nécessite un nombre très réduit d'hypothèses et sert donc de référence vis-à-vis des codes déterministes.

Les méthodes de résolution déterministe de l'équation de transport passent toujours par un calcul multigroupe en énergie. On discrétise la variable énergie en remplaçant des fonctions

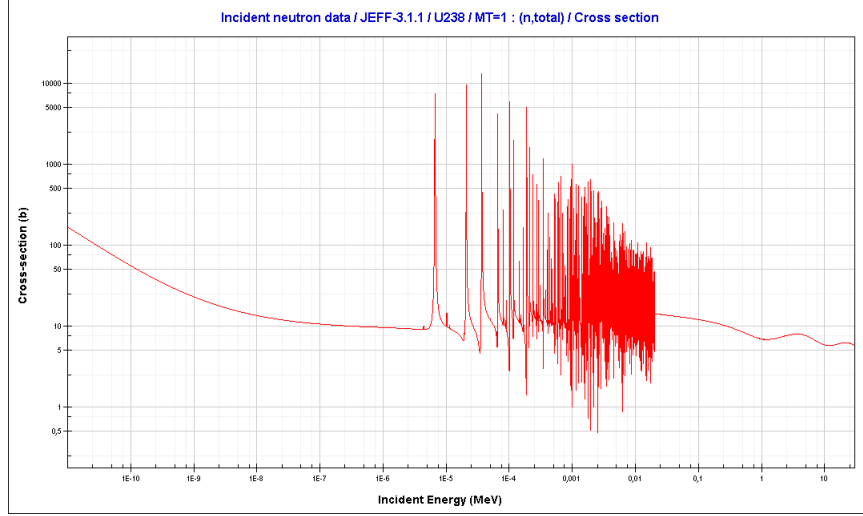


Figure 1.1 Section efficace totale de l'U238

continues en énergie (sections efficaces, flux neutroniques. . . ) par des fonctions constantes par morceaux, typiquement au sein de chaque groupe d'énergie. On définit le flux multigroupe en tout point par :

$$\phi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \phi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) \quad (1.3)$$

La difficulté essentielle de la représentation multigroupe réside dans la détermination des sections efficaces multigroupes. On les définit de façon à conserver les taux de réaction, qui sont l'information essentielle en neutronique :

$$\Sigma_g(\mathbf{r}) = \frac{1}{\phi_g(\mathbf{r})} \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \Sigma(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E) \quad (1.4)$$

L'équation de transport sous sa forme multigroupe se réécrit alors :

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \phi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma_g(\mathbf{r}) \phi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = Q_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \quad (1.5)$$

La densité de source est définie par :

$$Q_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \sum_{g'=1}^G \sum_{\ell=0}^L \frac{2\ell+1}{4\pi} \Sigma_{s,\ell,g \leftarrow g'}(\mathbf{r}) \sum_{m=-\ell}^{\ell} R_{\ell}^m(\boldsymbol{\Omega}) \phi_{\ell,g'}^m(\mathbf{r}) \\ + \frac{1}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{j=1}^{J^{\text{fiss}}} \chi_{j,g} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,j,g'}(\mathbf{r}) \phi_{g'}(\mathbf{r}) \quad (1.6)$$

où  $J^{\text{fiss}}$  représente le nombre d'isotopes fissiles et où le spectre de fission moyen de l'isotope  $j$  dans le groupe  $g$  est défini par :

$$\chi_{j,g} = \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \chi_j(E) \quad (1.7)$$

On voit apparaître dans la définition de la section efficace multigroupe le flux neutronique  $\phi(\mathbf{r}, E)$ . Or  $\phi(\mathbf{r}, E)$  est solution de l'équation de transport (1.1) et n'est donc pas disponible pour la détermination des sections efficaces. On voit ici surgir une des difficultés principales de l'approche multigroupe. Selon les cas, différentes stratégies d'estimation de la section multigroupe sont mises en œuvre :

1. si la section efficace dépend peu de l'énergie, la section efficace multigroupe ne dépend pas de la forme du flux neutronique et est donc peu différente de la section moyenne sur le groupe  $g$  :

$$\Sigma_g \simeq \langle \Sigma \rangle_g \quad (1.8)$$

Cette approximation concerne les sections efficaces des noyaux non résonnants et les sections efficaces des noyaux résonnants dans les groupes où elles ne présentent pas de résonances. En pratique, on ne prend pas la section efficace moyenne mais une section efficace pondérée par un flux analytique représentatif des principaux phénomènes physiques. Cette étape est réalisée par le module GROUPR du code NJOY, où l'on peut choisir parmi différents flux de pondération. On prend en général un flux maxwellien dans le domaine thermique, en  $1/E$  dans le domaine du ralentissement et correspondant au spectre de fission dans le domaine rapide.

2. si la section efficace est résonnante, le problème se complique. On observe que lorsque la section efficace  $\Sigma_a$  devient grande, le flux s'effondre de manière à peu près inversement proportionnelle (cf. figure 1.2). Ainsi le taux d'absorption  $\Sigma_a \phi$  reste limité : on parle d'*autoprotection*. La section efficace a un impact beaucoup moins grand que ce que son profil laisse croire parce que sa présence provoque un creusement du flux. Ce phénomène pose un problème au niveau de la génération des sections efficaces multigroupes car il faut tenir compte dans la formule (1.4) de la variation rapide du flux. Deux stratégies sont possibles :
  - développer un maillage suffisamment fin pour épouser la résonance. La section efficace est alors à peu près constante dans chaque groupe et l'on peut appliquer la méthode précédente.
  - modéliser le flux  $\phi(E)$  par un flux  $\phi_0(E)$  obtenu dans une situation simplifiée pour générer une section efficace multigroupe pondérée par ce flux :



$$\Sigma_g = \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \Sigma(E) \phi(E)}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \phi(E)} \simeq \frac{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \Sigma(E) \phi_0(E)}{\int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \phi_0(E)} \quad (1.9)$$

Une combinaison optimale de ces deux stratégies sur un maillage énergétique optimisé constitue une méthode d'autoprotection.

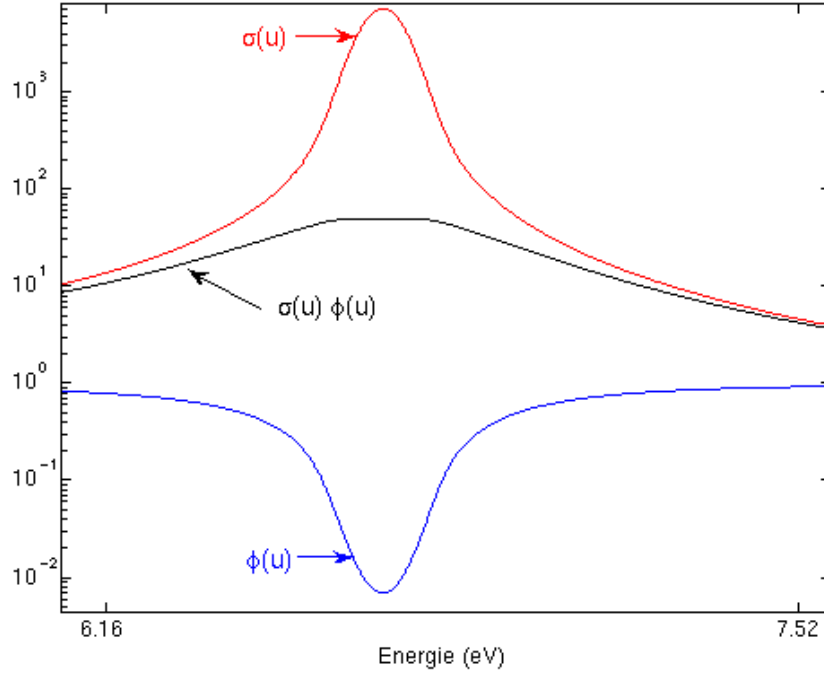


Figure 1.2 Phénomène d'autoprotection

La version 4 du code DRAGON [Marleau *et al.* (1992)], développé à l'Institut de Génie Nucléaire de l'École Polytechnique de Montréal, intègre un module d'autoprotection appelé **USS:**. Ce module contient la mise en œuvre de modèles d'autoprotection basés sur la méthode des sous-groupes, dont la méthode SPM [Hébert (2009b)]. Les modèles d'autoprotection du module **USS:** font un certain nombre d'hypothèses simplificatrices regroupées sous le nom d'« approximation de Livolant-Jeanpierre », permettant de découpler d'une part le calcul d'autoprotection et donc la génération de sections efficaces macroscopiques multigroupes et d'autre part le calcul de flux. Cette approximation a été introduite historiquement pour le calcul des réacteurs thermiques et n'a jamais été validée pour l'étude de spectres plus durs, de type réseau sous-moderé ou réacteur à neutrons rapides. La première question fondamentale de cette recherche est donc la suivante : l'approximation de Livolant-Jeanpierre est-elle généralisable à n'importe quel type de spectre ?

La deuxième question à laquelle cette recherche tente de répondre est liée à la fonction de pondération utilisée pour la condensation des sections efficaces. Le module **USS:** utilise exclusivement le flux scalaire dans l'équation (1.4) alors que certaines sections, notamment la section totale dans le cadre d'un calcul avec fuites et les ordres supérieurs à 0 de la section de diffusion dans tous les cas, requièrent une pondération différente pour assurer la conservation des moments angulaires des taux de réaction. Il s'agit donc de répondre à la question suivante : quelle erreur commet-on en condensant systématiquement les sections efficaces par le flux scalaire ?

Le chapitre 2 de ce mémoire présente les principaux modèles d'autoprotection et leurs spécificités. Le chapitre 3 présente la démarche mise en œuvre pour tester la validité de l'approximation de Livolant-Jeanpierre en fonction du type de réacteur étudié ainsi que les résultats obtenus. Enfin, le chapitre 4 détaille les problèmes liés à la condensation par un flux scalaire dans le cadre d'un calcul avec fuites.

## CHAPITRE 2

### MODÈLES D'AUTOPROTECTION

Avant d'introduire les modèles d'autoprotection proprement dits, il est indispensable de présenter certaines notions qui interviennent lorsque l'on étudie l'autoprotection.

#### 2.1 Notions indispensables

On rappelle ici que la léthargie  $u$  est définie par  $u = \ln(E_0/E)$ , où  $E_0$  est une énergie de référence prise généralement au-dessus de 10 MeV de manière à correspondre à l'énergie maximale des neutrons dans le réacteur.

##### 2.1.1 Approximation de Livolant-Jeanpierre

L'approximation de Livolant-Jeanpierre consiste en une série d'hypothèses simplificatrices permettant de découpler le calcul d'autoprotection du calcul de flux :

1. Dans le domaine du ralentissement, les sources de neutrons par diffusion inélastique, réactions  $(n, xn)$  et fission sont négligées. Le ralentissement élastique est supposé isotrope et le noyau-cible au repos dans le référentiel du laboratoire. Les sources de neutrons à la léthargie  $u$  se réduisent donc aux opérateurs de ralentissement résonnant  $\mathcal{R}^*\{\phi(\mathbf{r}, u)\}$  et non résonnant  $\mathcal{R}^+\{\phi(\mathbf{r}, u)\}$  :

$$\mathcal{R}^+\{\phi(\mathbf{r}, u)\} = \int_0^\infty du' \Sigma_{s0}^+(\mathbf{r}, u \leftarrow u') \phi(\mathbf{r}, u') = \frac{1}{1 - \alpha^+} \int_{u-\varepsilon^+}^u du' e^{u'-u} \Sigma_s^+(\mathbf{r}, u') \phi(\mathbf{r}, u') \quad (2.1)$$

et

$$\mathcal{R}^*\{\phi(\mathbf{r}, u)\} = \int_0^\infty du' \Sigma_{s0}^*(\mathbf{r}, u \leftarrow u') \phi(\mathbf{r}, u') = \frac{1}{1 - \alpha^*} \int_{u-\varepsilon^*}^u du' e^{u'-u} \Sigma_s^*(\mathbf{r}, u') \phi(\mathbf{r}, u') \quad (2.2)$$

où  $\varepsilon^+$  et  $\varepsilon^*$  sont les gains maximaux en léthargie lors d'une diffusion élastique sur un noyau respectivement non résonnant et résonnant et où le paramètre  $\alpha$  est donné par :

$$\alpha = e^{-\varepsilon} \quad (2.3)$$

2. On décompose le flux  $\phi(\mathbf{r}, u, \mathbf{\Omega})$  en un produit de deux fonctions :

$$\phi(\mathbf{r}, u, \mathbf{\Omega}) = \varphi(\mathbf{r}, u, \mathbf{\Omega})\psi(\mathbf{r}, u) \quad (2.4)$$

où :

- $\psi(\mathbf{r}, u)$  est une distribution régulière en léthargie appelée *flux macroscopique*. Elle est égale au flux en dehors des résonances et épouse ainsi la forme générale du flux quand on fait abstraction des perturbations au niveau des résonances. On définit le flux macroscopique en fonction de l'opérateur de ralentissement  $\mathcal{R}^+\{\phi(\mathbf{r}, u)\}$  :

$$\psi(\mathbf{r}, u) = \frac{\mathcal{R}^+\{\phi(\mathbf{r}, u)\}}{\Sigma_s^+(\mathbf{r}, u)} \quad (2.5)$$

- $\varphi(\mathbf{r}, u, \mathbf{\Omega})$  est une fonction qui décrit la dépression brusque du flux au niveau des résonances. Elle vaut 1 en dehors des résonances et s'effondre à l'intérieur. Cette fonction est appelée *fonction de structure fine*.
3. L'isotope résonnant étant un noyau lourd, l'intervalle d'intégration  $[u - \varepsilon, u]$  pour l'opérateur de ralentissement  $\mathcal{R}^*\{\phi(\mathbf{r}, u)\}$  est très petit.  $\psi(u)$  varie donc peu sur cet intervalle ; on peut le sortir de l'intégrale pour obtenir :

$$\mathcal{R}^*\{\phi(\mathbf{r}, u)\} = \psi(\mathbf{r}, u)\mathcal{R}^*\{\varphi(\mathbf{r}, u)\} \quad (2.6)$$

4. On suppose que la distribution spatiale du flux macroscopique est plate :  $\psi(\mathbf{r}, u) = \psi(u)$

Ces quatre hypothèses permettent d'obtenir l'équation de transport simplifiée suivante, qui porte non plus sur le flux mais sur la fonction de structure fine :

$$\mathbf{\Omega} \cdot \nabla \varphi(\mathbf{r}, u, \mathbf{\Omega}) + \Sigma(\mathbf{r}, u)\varphi(\mathbf{r}, u, \mathbf{\Omega}) = \frac{1}{4\pi}[\Sigma_s^+(\mathbf{r}, u) + \mathcal{R}^*\{\varphi(\mathbf{r}, u)\}] \quad (2.7)$$

L'équation (2.7) est résolue par certains modules d'autoprotection, notamment par le module **USS** : de DRAGON dans le cadre de la méthode SPM et par le module **AUTOP** : d'APOLLO2 dans le cadre de la méthode Sanchez-Coste [Coste-Delclaux (2006)].

### 2.1.2 Modèles de ralentissement

Il n'est pas possible dans un code de transport multigroupe de traiter de manière exacte l'opérateur de ralentissement  $\mathcal{R}^*\{\varphi(\mathbf{r}, u)\}$  intervenant dans l'équation (2.7). Plusieurs modèles ont donc été développés.

## Modèle NR

Le modèle NR (pour *Narrow Resonance*) suppose que les résonances de l'isotope résonnant sont étroites vis-à-vis du gain maximum en léthargie  $\varepsilon$  et sont isolées. Dans ces conditions, un neutron secondaire émis à une léthargie  $u$  dans une résonance provient d'une collision à une léthargie  $u' \in [u - \varepsilon, u]$  en-dehors de toute résonance. Ainsi,  $\sigma_s^*(u') = \sigma_p^*$  et  $\varphi(u') = 1$  et l'opérateur de ralentissement s'écrit :

$$r^*\{\varphi(\mathbf{r}, u)\} = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{u-\varepsilon}^u du e^{u'-u} (\sigma_p^* \times 1) = \sigma_p^* \quad (2.8)$$

## Modèle WR

Le modèle WR (pour *Wide Resonance*) suppose que les résonances de l'isotope résonnant sont larges vis-à-vis du gain maximum en léthargie  $\varepsilon$ . Dans ces conditions, un neutron secondaire émis à une léthargie  $u$  dans une résonance provient d'une collision à une léthargie  $u'$  se trouvant aussi dans cette même résonance. Ainsi,  $\sigma_s^*(u')\varphi(u')$  est presque constant sur l'intervalle  $[u - \varepsilon, u]$  et l'on peut écrire :

$$r^*\{\varphi(\mathbf{r}, u)\} = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{u-\varepsilon}^u du e^{u'-u} \sigma_s^*(\mathbf{r}, u) \varphi(\mathbf{r}, u) = \sigma_s^*(\mathbf{r}, u) \varphi(\mathbf{r}, u) \quad (2.9)$$

## Modèle ST

Le modèle ST (pour *Statistical Resonance*) suppose que les résonances de l'isotope résonnant sont étroites vis-à-vis du gain maximum en léthargie  $\varepsilon$  et sont nombreuses. Dans ces conditions, un neutron secondaire émis à une léthargie  $u$  dans une résonance provient d'une collision à une léthargie  $u' \in [u - \varepsilon, u]$  où d'autres résonances étroites sont présentes et l'on peut écrire :

$$r^*\{\varphi(\mathbf{r}, u)\} = \langle \sigma_s^*(\mathbf{r}) \varphi(\mathbf{r}) \rangle_g \quad (2.10)$$

## Modèle TR

Le modèle TR (pour *Toute Résonance*) a été développé par Mireille Coste-Delclaux [Coste-Delclaux (2006)]. Il a été élaboré pour permettre de modéliser l'opérateur de ralentissement  $r^*\{\varphi(u)\}$  à n'importe quelle énergie, indépendamment de la forme et de la disposition des résonances. En outre, à l'inverse du modèle ST, il permet de tenir compte des neutrons qui arrivent dans la résonance depuis un autre groupe.

On commence par faire l'hypothèse de noyau lourd : puisque le gain maximum en léthargie est très petit, on peut considérer que la quantité  $e^{u'-u}$  est une constante lorsque  $u'$  varie entre

$u$  et  $u - \varepsilon$ . L'opérateur de ralentissement résonnant s'écrit :

$$r^*\{\varphi(u)\} = \frac{1}{\varepsilon} \int_{u-\varepsilon}^u du' \sigma_s^*(u') \varphi(u') \quad (2.11)$$

On effectue une partition de chaque groupe énergétique  $g$  en intervalles  $W_{gg'}$  définis par :

$$W_{gg'} = \{u \in g \text{ tel que } u - \varepsilon \in g'\}, \quad g' \leq g \quad (2.12)$$

Pour tout  $u$  dans  $W_{gg'}$ , on peut écrire :

$$\begin{aligned} r^*\{\varphi(u)\} &= \frac{1}{\varepsilon} \int_{u-\varepsilon}^u du' \sigma_s^*(u') \varphi(u') \\ &= \frac{1}{\varepsilon} \left[ \int_{u-\varepsilon}^{u_{g'}} du' \sigma_s^*(u') \varphi(u') + \sum_{i=g'+1}^{g-1} \int_{u_{i-1}}^{u_i} du' \sigma_s^*(u') \varphi(u') + \int_{u_g}^u du' \sigma_s^*(u') \varphi(u') \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

Pour toutes les léthargies  $u'$  dans un groupe  $h$  donné, on approche le produit  $\sigma_s^*(u') \varphi(u')$  par sa valeur moyenne dans le groupe  $\langle \sigma_s^* \varphi \rangle_h$ . On obtient alors :

$$r^*\{\varphi(u)\} \simeq \frac{1}{\varepsilon} \left[ (u_{g'} - (u - \varepsilon)) \langle \sigma_s^* \varphi \rangle_{g'} + \sum_{i=g'+1}^{g-1} \Delta u_i \langle \sigma_s^* \varphi \rangle_i + (u - u_g) \langle \sigma_s^* \varphi \rangle_g \right] \quad (2.14)$$

Pour tout  $u \in W_{gg'}$ , on remplace dans l'équation (2.14)  $u$  par la léthargie moyenne  $u_{gg'}$  de  $W_{gg'}$  :

$$r^*\{\varphi(u)\} \simeq \frac{1}{\varepsilon} \left[ (u_{g'} - (u_{gg'} - \varepsilon)) \langle \sigma_s^* \varphi \rangle_{g'} + \sum_{i=g'+1}^{g-1} \Delta u_i \langle \sigma_s^* \varphi \rangle_i + (u_{gg'} - u_g) \langle \sigma_s^* \varphi \rangle_g \right] \quad (2.15)$$

En particulier, pour toute léthargie  $u \in W_{gg}$ , l'opérateur de ralentissement  $\mathcal{R}^*\{\varphi(u)\}$  est remplacé par :

$$r^*\{\varphi(u)\} \simeq \langle \sigma_s^* \varphi \rangle_g \quad (2.16)$$

Enfin, pour toute léthargie  $u$  du groupe  $g$ , on approche l'opérateur de ralentissement par la moyenne des ralentissements dans le groupe  $g$  :

$$\forall u \in g, \quad r^*\{\varphi(u)\} \simeq \frac{1}{\Delta u_g} \sum_{g' \leq g} \Delta W_{gg'} r^*\{\varphi(u_{gg'})\} \quad (2.17)$$

où  $\Delta W_{gg'}$  représente la largeur en léthargie de l'intervalle  $W_{gg'}$ .

Puisque  $r^*\{\varphi(u_{gg'})\}$  est une combinaison linéaire des taux de diffusion élastique dans les groupes  $g' \leq g$ , on peut écrire :

$$\forall u \in g, \quad r^*\{\varphi(u)\} \simeq \sum_{g' \leq g} \mathcal{P}^{g \leftarrow g'} \langle \sigma_s^* \varphi \rangle_{g'} \quad (2.18)$$

Les poids  $\mathcal{P}^{g \leftarrow g'}$  représentent la probabilité moyenne du transfert d'un neutron du groupe  $g'$  vers le groupe  $g$ . Ces poids sont différents des probabilités de transfert  $P^{g \leftarrow g'}$  car ils tiennent compte du gain maximal en léthargie sur l'isotope résonnant  $\varepsilon$ . Le modèle TR est une généralisation du modèle ST. En effet, si l'on prend  $\mathcal{P}^{g \leftarrow g'} = \delta_g^{g'}$ , on retrouve le modèle statistique.

Les tests effectués par Mireille Coste-Delclaux avec APOLLO2 sur le maillage XMAS à 172 groupes n'ont pas montré de différences significatives entre les modèles ST et TR [Coste-Delclaux (2006)]. En effet, le modèle TR permettant de prendre en compte l'apport en neutrons par diffusion dans les groupes  $g'$  avec  $g' < g$ , son intérêt augmente quand la largeur en léthargie des groupes diminue. Les groupes des maillages XMAS ou SHEM361 sont larges par rapport au gain maximal en léthargie  $\varepsilon$  des isotopes lourds. Les poids  $\mathcal{P}^{g \leftarrow g'}$ ,  $g' < g$  sont donc quasiment négligeables.

### 2.1.3 Tables de probabilité

Les tables de probabilité permettent de remplacer la représentation ponctuelle des sections efficaces en fonction de l'énergie par une série de distributions de Dirac. La figure 2.1 montre le principe général d'une table de probabilité. On se limite dans ce paragraphe à la présentation du principe d'une table de probabilité, le détail du calcul étant reporté en annexe A.

$\pi(\sigma)d\sigma$  représente la probabilité que la section efficace microscopique  $\sigma(u)$  ait une valeur comprise entre  $\sigma$  et  $\sigma + d\sigma$ . Dans ces conditions, une intégrale de Riemann en léthargie avec une intégrande fonction de  $\sigma$  peut être remplacée par une intégrale de Lebesgue équivalente :

$$\frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du f[\sigma(u)] = \int_0^{\max(\sigma)} d\sigma \pi(\sigma) f(\sigma) \quad (2.19)$$

avec  $\Delta u_g = u_g - u_{g-1}$ . La densité de probabilité  $\pi(\sigma)$  est ensuite développée en une série de  $K$  distributions de Dirac centrées sur des valeurs discrètes  $\sigma_k$  de la section efficace microscopique. Chaque niveau  $k$  est appelé *sous-groupe* et est caractérisé par un poids  $\omega_k$  :

$$\pi(\sigma) \simeq \sum_{k=1}^K \delta(\sigma - \sigma_k) \omega_k, \quad \text{avec} \quad \sum_{k=1}^K \omega_k = 1. \quad (2.20)$$

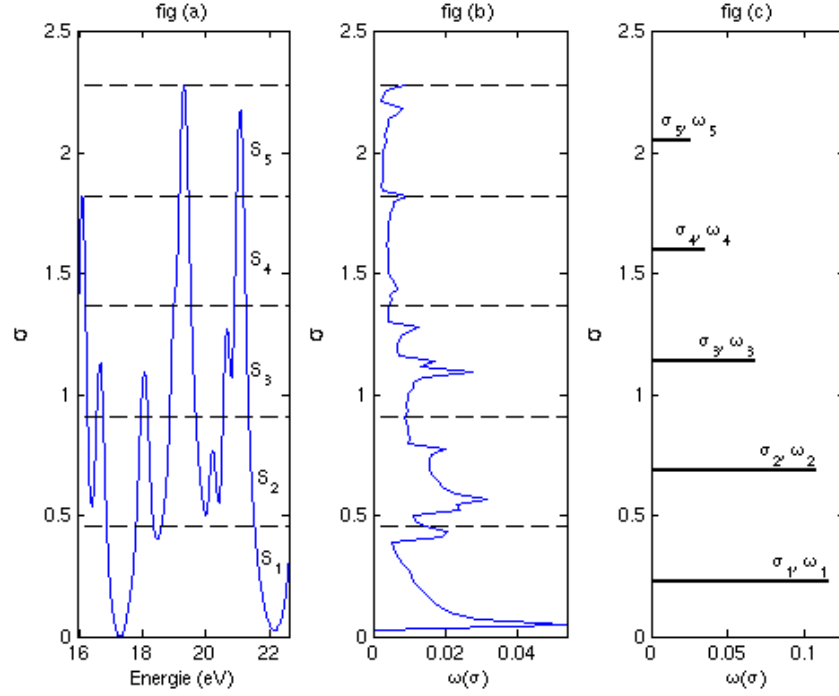


Figure 2.1 Principe d'une table de probabilité

L'intégrale dans l'équation (2.19) peut alors s'écrire :

$$\frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du f[\sigma(u)] \simeq \sum_{k=1}^K \omega_k f(\sigma_k) \quad (2.21)$$

L'ensemble  $\{\omega_k, \sigma_k ; k = 1, K\}$  correspondant au groupe  $g$  est appelé table de probabilité pour la variable  $\sigma$ .

On peut aussi définir une densité de probabilité conditionnelle  $\pi_s(\sigma, \sigma')$  contenant l'information sur le ralentissement élastique pour l'isotope considéré [Hébert (2005)].  $\pi_s(\sigma, \sigma')$  est défini de façon à avoir l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1-\alpha)\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \int_{u-\varepsilon}^u du' e^{u'-u} f[\sigma(u)] g[\sigma(u')] \\ = \int_0^{\max(\sigma)} d\sigma \int_0^{\max(\sigma)} d\sigma' \pi_s(\sigma, \sigma') f(\sigma) g(\sigma'), \end{aligned} \quad (2.22)$$

où  $f(\sigma)$  et  $g(\sigma)$  sont des fonctions arbitraires de la section efficace totale. La discrétisation correspondante s'écrit :



$$\frac{1}{(1-\alpha)\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \int_{u-\varepsilon}^u du' e^{u'-u} f[\sigma(u)]g[\sigma(u')] = \sum_{k=1}^K \sum_{\ell=1}^K \mathcal{W}_{k,\ell} f(\sigma_k)g(\sigma_\ell), \quad (2.23)$$

où  $\mathcal{W}_{k,\ell}$  est le poids corrélé de ralentissement entre les deux niveaux  $k$  et  $\ell$  de  $\sigma(u)$  dans le groupe  $g$ .

## 2.2 La méthode de Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo consiste à simuler directement l'évolution d'une population de neutrons. Des tirages de nombres aléatoires sont réalisés pour simuler les événements physiques subis par chaque particule. La méthode de Monte-Carlo a pour avantage de permettre le traitement de problèmes avec un minimum d'approximations, ce qui en fait une méthode de référence en physique des réacteurs. Elle présente en revanche l'inconvénient de nécessiter la simulation d'un très grand nombre d'histoires (typiquement plusieurs millions) pour réduire l'erreur statistique à un niveau acceptable.

Concrètement, la méthode consiste à simuler le parcours de chaque neutron depuis son émission jusqu'à sa disparition, par capture ou fuite en dehors des limites du système. La fréquence et l'issue des différentes interactions se produisant pendant l'histoire du neutron sont simulées à partir des sections efficaces ponctuelles en énergie et des lois de choc des différents isotopes du système. Le domaine non résolu nécessite un traitement spécifique : puisque la description ponctuelle des résonances n'est pas disponible, le code utilise des tables de probabilité générées au préalable.

Parmi les codes de Monte-Carlo actuellement utilisés pour les calculs de référence, on peut citer MCNP [Briesmeister (1997)], Serpent [Leppänen (2007)] et TRIPOLI-4 [Both et Penelieu (1996)], développé au CEA.

## 2.3 Présentation des codes de réseau déterministes étudiés

### 2.3.1 Le code DRAGON

Le code de réseau DRAGON est développé à l'Institut de Génie Nucléaire de l'École Polytechnique de Montréal. Il est construit sur une architecture modulaire; l'échange de données et la liaison entre les différents modules sont basés sur la librairie GANLIB qui contient le « GAN generalized driver » [Roy et Hébert (2000)]. La version de développement utilisée dans ce projet est disponible à l'adresse suivante : <http://www.polymtl.ca/merlin>.

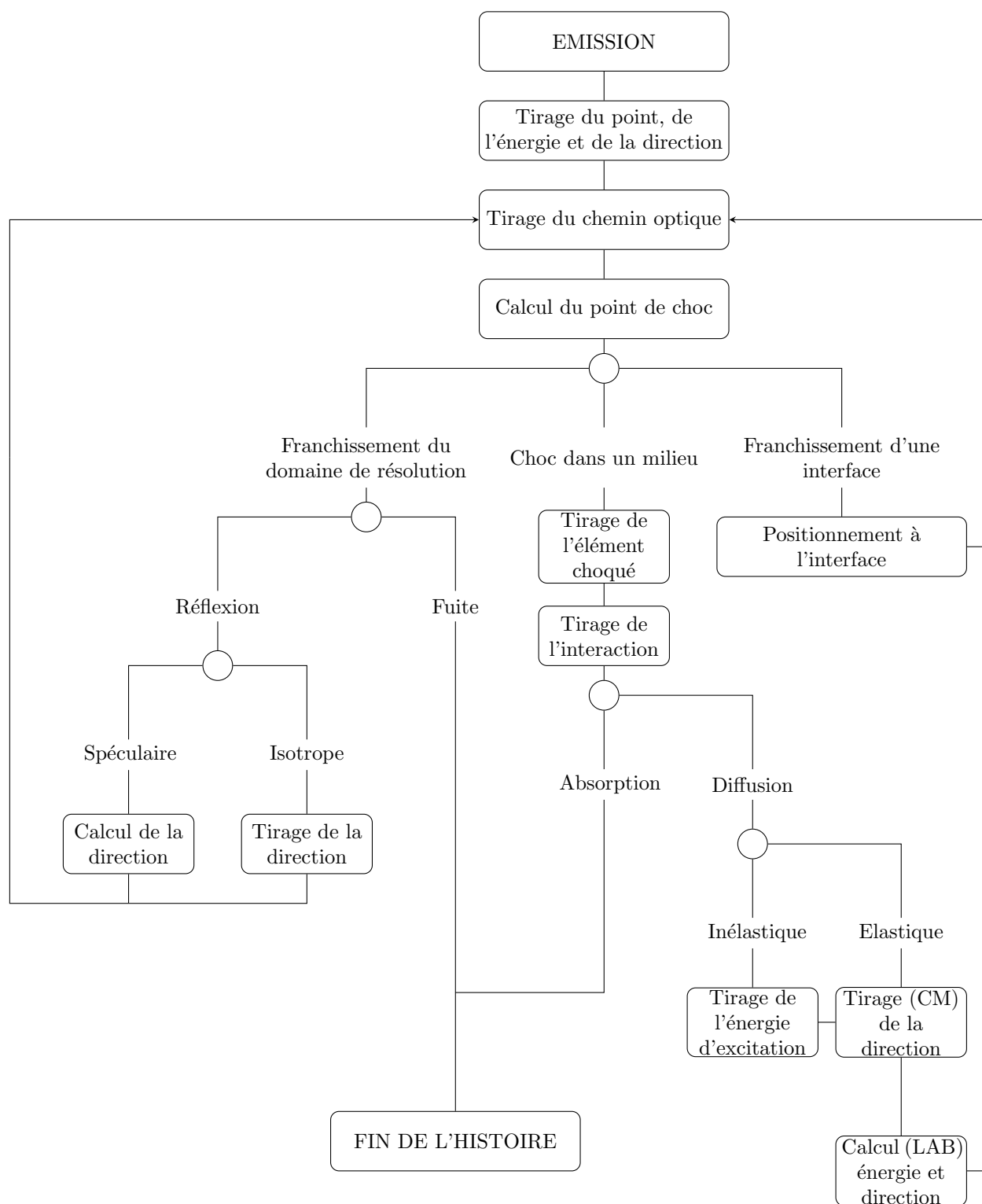


Figure 2.2 Simulation de l'histoire d'un neutron par la méthode de Monte-Carlo

### 2.3.2 Le code APOLLO2

Le code de réseau modulaire APOLLO2 a été développé à partir de 1984 au Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA) et présenté pour la première fois en 1987 [Sanchez *et al.* (1987)]. La dernière présentation date de 2010 [Sanchez *et al.* (2010)]. APOLLO2 est utilisé au CEA aussi bien pour des calculs de routine que pour des calculs de référence. APOLLO2 a été intégré (APOLLO2-A) à la plateforme de calcul ARCADIA<sup>®</sup> d'AREVA pour la génération de sections efficaces pour les assemblages REL et REB [Curca-Tivig *et al.* (2007)]. APOLLO2 est également largement utilisé par Électricité de France (EDF) pour l'analyse en physique des réacteurs et la génération de sections efficaces [Santamarina *et al.* (2004)].

### 2.3.3 Le code ECCO

Le code ECCO a été développé dans le cadre d'une collaboration européenne. Sa présentation date de 1990 [Grimstone *et al.* (1990)]. ECCO a été développé principalement pour permettre l'étude des réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium.

## 2.4 Méthodes de sous-groupes

Les méthodes de sous-groupes sont une grande classe de méthodes d'autoprotection. Elles consistent à remplacer dans l'équation de ralentissement toutes les intégrales de Riemann sur l'énergie contenant des sections efficaces par des intégrales de Lebesgue sur ces mêmes sections définies à partir de tables de probabilité. Les codes APOLLO2, ECCO et DRAGON contiennent chacun une mise en œuvre différente de la méthode des sous-groupes, dont la présentation fait l'objet de cette section.

### 2.4.1 Méthode des sous-groupes d'APOLLO2

La mise en œuvre de la méthode des sous-groupes dans APOLLO2 a été réalisée par Mi-reille Coste-Delclaux [Coste-Delclaux (2006)], à l'origine pour l'autoprotection du domaine non résolu. L'indépendance du calcul d'autoprotection vis-à-vis du calcul de flux qui caractérise la méthode de double-équivalence [Jeanpierre et Livolant (1974)] est conservée. La dérivation des équations résolues par le module **AUTOP** : , développée dans [Coste-Delclaux (2006)], est reprise ici.

La section efficace partielle autoprotégée d'un isotope dans le groupe  $g$  et la région  $i$  est donnée par :

$$\sigma_{\rho,g,i} = \frac{\int_{u_g}^{u_{g-1}} du \sigma_{\rho,i}(u) \phi_i(u)}{\int_{u_g}^{u_{g-1}} du \phi_i(u)} = \frac{\langle \sigma_{\rho,i} \phi_i \rangle_g}{\langle \phi_i \rangle_g} \quad (2.24)$$

Puisque le calcul d'autoprotection est réalisé avec la méthode des probabilités de collision, le flux dans la région  $i$  est donnée par :

$$\phi_i(u) = \sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} Q_j(u) p_{ij}(u), \quad (2.25)$$

où  $Q_j(u)$  désigne la densité d'arrivée de neutrons à la léthargie  $u$  dans la région  $j$  et  $p_{ij}(u)$  la probabilité de collision réduite de  $i$  vers  $j$  à la léthargie  $u$ .

On cherche à calculer le flux intégré sur le groupe  $g$  :

$$\langle \phi_i \rangle_g = \sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} \langle Q_j(u) p_{ij}(u) \rangle_g \quad (2.26)$$

Pour cela, on fait l'hypothèse fondamentale que l'on peut écrire, pour tout  $(i, j)$  :

$$\langle Q_j(u) p_{ij}(u) \rangle_g = \langle Q_j(u) \rangle_g \langle p_{ij}(u) \rangle_g \quad (2.27)$$

Ecrire l'égalité (2.27) revient à supposer que les résonances dans la source de diffusion ne sont pas corrélées aux résonances du terme de collision. Cette hypothèse est vérifiée dans les deux situations suivantes :

1. les résonances sont nombreuses et distribuées statistiquement, ce qui est typique du domaine non résolu d'un isotope résonnant donné. Le terme de source, qui fait intervenir la section de transfert, n'est alors pas corrélé à la section efficace totale.
2. le maillage multigroupe est très fin. Intuitivement, à la limite où les groupes sont infiniment petits, on retrouve l'énergie continue et l'égalité est vérifiée. Cette propriété est démontrée rigoureusement dans [Mosca (2009)]. Le maillage SHEM361 a été développé à partir du maillage SHEM281 pour réduire la corrélation de ralentissement et donc pouvoir appliquer l'hypothèse (2.27) (voir section 2.5.2).

Le flux et les taux de réaction moyens dans le groupe  $g$  et la région  $i$  sont alors donnés par :

$$\langle \phi_i \rangle_g = \sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} \langle Q_j(u) \rangle_g \langle p_{ij}(u) \rangle_g \quad (2.28)$$

$$\langle \sigma_{\rho,i} \phi_i \rangle_g = \sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} \langle Q_j(u) \rangle_g \langle \sigma_{\rho,i} p_{ij}(u) \rangle_g \quad (2.29)$$

Finalement, les sections efficaces autoprotégées de chaque isotope sont données par l'équation suivante :

$$\tilde{\sigma}_{\rho,i}^g = \frac{\sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} Q_{g,j} \langle \sigma_{\rho} p_{ij} \rangle_g}{\sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} Q_{g,j} \langle p_{ij} \rangle_g} \quad (2.30)$$

Les termes  $\langle p_{ij} \rangle_g$  et  $\langle \sigma_{\rho,i} p_{ij} \rangle_g$  sont calculés à l'aide des tables de probabilité pour l'isotope résonnant traité :

$$\langle p_{ij} \rangle_g = \sum_{k=1}^K \omega_k p_{ij}(\Sigma_{\text{tot},k}) \quad (2.31)$$

et

$$\langle \sigma_{\rho,i} p_{ij} \rangle_g = \sum_{k=1}^K \omega_k \sigma_{\rho,k} p_{ij}(\Sigma_{\text{tot},k}) \quad (2.32)$$

Il reste à expliciter le terme de source  $Q_{g,j}$ . APOLLO2 reprend une des hypothèses de Livolant-Jeanpierre et néglige les sources de neutrons par fission, diffusion inélastique et réactions (n,xn) dans le domaine d'autoprotection. La production de neutrons est réduite à une source unitaire placée au premier groupe autoprotégé  $g_1$ , ce qui permet de séparer le calcul d'autoprotection du calcul de flux. Ainsi, dans tous les autres groupes du domaine d'autoprotection, la source est constituée exclusivement de la somme des opérateurs de ralentissement résonnant  $\mathcal{R}_{g,j}^*$  et non résonnant  $\mathcal{R}_{g,j}^+$  :

$$\mathcal{R}_{g,j}^* = \sum_{g' \leq g} \Delta u_{g'} P_j^{g \leftarrow g'} \langle \Sigma_{s,j}^* \phi_j \rangle_{g'} \quad (2.33)$$

et

$$\mathcal{R}_{g,j}^+ = \sum_{g' \leq g} \Delta u_{g'} \langle \Sigma_{s,j,g \leftarrow g'}^+ \phi_j \rangle_{g'} \quad (2.34)$$

On a fait apparaître explicitement les probabilités de transfert dans l'expression de l'opérateur de ralentissement résonnant car seule la section efficace de diffusion est autoprotégée, les probabilités de transfert sont toujours prises à dilution infinie (voir section 3.3).

En appliquant l'hypothèse fondamentale (2.27), ces quantités peuvent se réécrire :

$$\mathcal{R}_{g,j}^* = \sum_{g' \leq g} \Delta u_{g'} P_j^{g \leftarrow g'} \sum_{m=1}^{N_{\text{régions}}} \langle \Sigma_{s,j}^* p_{jm} \rangle_{g'} Q_{g',m} \quad (2.35)$$

$$\mathcal{R}_{g,j}^+ = \sum_{g' \leq g} \Delta u_{g'} \Sigma_{s,j,g \leftarrow g'}^+ \sum_{m=1}^{N_{\text{régions}}} \langle p_{jm} \rangle_{g'} Q_{g',m} \quad (2.36)$$

Ainsi, le calcul d'autoprotection se rapporte à la résolution du système linéaire triangulaire en énergie (2.37), où les termes de source  $Q_{g,j}$  sont les inconnues. Les groupes sont traités successivement, par ordre de léthargie croissante.

$$Q_{g,j} = \sum_{g' \leq g} \Delta u_{g'} \sum_{m=1}^{N_{\text{régions}}} \left( P_j^{g \leftarrow g'} \langle \Sigma_{s,j}^* p_{jm} \rangle_{g'} + \Sigma_{s,j,g \leftarrow g'}^+ \langle p_{jm} \rangle_{g'} \right) Q_{g',m} + \delta_g^{g_1} \quad (2.37)$$

#### 2.4.2 Méthode des sous-groupes d'ECCO

La méthode des sous-groupes d'ECCO diffère de celle d'APOLLO2 par l'intégration du calcul d'autoprotection au calcul de flux. On fait comme dans APOLLO2 l'hypothèse de décorrélation (2.27). Les sections efficaces autoprotégées sont donc données par (2.30). En revanche, les sources ne se limitent pas comme dans APOLLO2 aux seuls opérateurs de ralentissement, c'est la source réelle qui intervient :

$$Q_{g,j} = \mathcal{R}_{g,j}^* + \mathcal{R}_{g,j}^+ + Q_{g,j}^{\text{fiss}} + Q_{g,j}^{\text{inel}} + Q_{g,j}^{(n,xn)} \quad (2.38)$$

Cette source est mise à jour à chaque itération de puissance et un nouveau calcul d'autoprotection est donc réalisé. La structure simplifiée d'un calcul ECCO est exposée en figure 2.3, où l'on n'a pas fait apparaître les itérations d'upscattering dans un souci de clarté.

#### 2.4.3 Méthode des sous-groupes de DRAGON

On présente ici la méthode SPM (pour *Subgroup Projection Method*) [Hébert (2009b)], qui diffère fondamentalement de la méthode ECCO présentée précédemment dans la mesure où le calcul d'autoprotection se place dans le cadre de l'approximation de Livolant-Jeanpierre et résout donc l'équation de structure fine (2.7). L'inconnue du calcul n'est pas le flux réel mais la fonction de structure fine. A partir de l'équation (2.7), le modèle ST est appliqué à l'opérateur de ralentissement :

$$r^* \{ \varphi(\mathbf{r}, u) \} = \langle \sigma_s^*(\mathbf{r}) \varphi(\mathbf{r}) \rangle_g \text{ pour } u_{g-1} \leq u < u_g \quad (2.39)$$

L'hypothèse statistique appliquée dans la méthode SPM est équivalente à l'hypothèse de non-corrélation (2.27) : on suppose que source de diffusion et terme de collision ne sont pas corrélés. Il est nécessaire d'utiliser le maillage SHEM361 pour que cette hypothèse soit valide, c'est pourquoi la méthode SPM est définie comme la résolution des équations développées

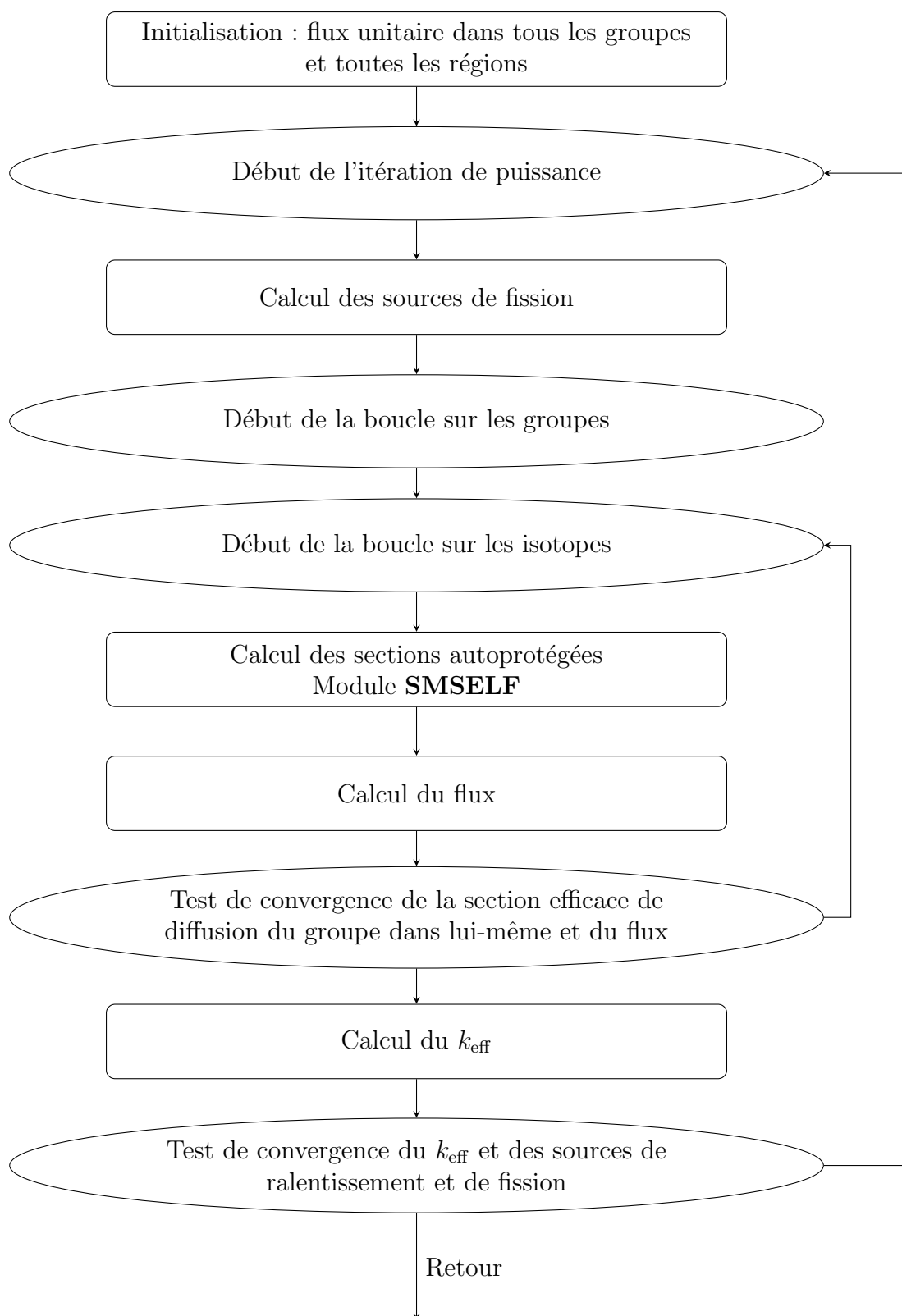


Figure 2.3 Structure simplifiée d'un calcul ECCO

dans cette section *sur le maillage SHEM361* (de manière générale, une méthode d'autoprotection regroupe toujours les équations résolues *et* le maillage multigroupe utilisé). D'autres méthodes sont disponibles dans le module USS : qui ne font pas cette hypothèse, notamment la méthode de Ribon étendue [Hébert (2005)], qui utilise des tables de probabilité 2D (voir l'équation (2.23)) pour tenir compte explicitement de la corrélation de ralentissement. Elles ne seront pas présentées ici.

On définit  $\varphi_k(\mathbf{r})$  comme le flux dans le sous-groupe  $k$  i.e. la *projection* du flux sur le sous-groupe  $k$ , d'où le nom de la méthode. On peut alors réécrire l'équation (2.7) sous forme d'équations de sous-groupes :

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \varphi_k(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + [\Sigma^+(\mathbf{r}) + \Sigma_k(\mathbf{r})]\varphi_k(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \left[ \Sigma_s^+(\mathbf{r}) + N^*(\mathbf{r}) \sum_{\ell=1}^K \omega_\ell \sigma_{s,\ell}^*(\mathbf{r}) \varphi_\ell(\mathbf{r}) \right] \quad (2.40)$$

où

$\Sigma^+(\mathbf{r})$  est la section macroscopique totale des isotopes non résonnants

$\Sigma_k(\mathbf{r})$  est la section macroscopique totale de l'isotope résonnant dans le sous-groupe  $k$

$\sigma_{s,\ell}^*(\mathbf{r})$  est la section de diffusion microscopique de l'isotope résonnant dans le sous-groupe  $\ell$

L'équation (2.40) est résolue à l'aide d'une méthode de point fixe :

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \varphi_k^{(n)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + [\Sigma^+(\mathbf{r}) + \Sigma_k(\mathbf{r})]\varphi_k^{(n)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} S_k^{(n)}(\mathbf{r}) \quad (2.41)$$

où les sources à l'itération  $(n)$  sont calculées avec les flux de sous-groupes de l'itération précédente :

$$S_k^{(n)}(\mathbf{r}) = \Sigma_s^+(\mathbf{r}) + N^*(\mathbf{r}) \sum_{\ell=1}^K \omega_\ell \sigma_{s,\ell}^*(\mathbf{r}) \varphi_\ell^{(n-1)}(\mathbf{r}) \quad (2.42)$$

Si l'on se place dans le cadre d'une méthode des probabilités de collision, l'équation (2.40) s'écrit :

$$\varphi_{i,k}^{(n)} = \sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} p_{ij,k} \left[ \Sigma_{s,j}^+ + N_j^* \sum_{\ell=1}^K \omega_\ell \sigma_{s,j,\ell}^* \varphi_{j,\ell}^{(n-1)} \right] \quad (2.43)$$

où  $p_{ij,k}$  désigne la probabilité de collision réduite de  $i$  vers  $j$  calculée avec les sections efficaces totales du sous-groupe  $k$ ,  $\Sigma_{s,j}^+$  la section de diffusion macroscopique des isotopes non résonnants dans la région  $j$  et  $N_j^*$  la densité de l'isotope résonnant dans la région  $j$ .

Après convergence des flux de sous-groupes, les sections autoprotégées pour les réactions  $\rho$  peuvent être calculées :



$$\tilde{\sigma}_{\rho,i}^g = \frac{\sum_{k=1}^K \omega_k \sigma_{\rho,i,k} \varphi_{i,k}}{\sum_{k=1}^K \omega_k \varphi_{i,k}} \quad (2.44)$$

## 2.5 Maillages énergétiques

On présente ici les différents maillages énergétiques sur lesquels sont mises en œuvre les méthodes d'autoprotection présentées précédemment.

### 2.5.1 Le maillage SHEM à 281 groupes

Le maillage SHEM281 (pour *Santamarina-Hfaiedh Energy Mesh*), présenté pour la première fois en 2006 [Hfaiedh (2006)], a été développé pour pallier aux insuffisances du maillage XMAS à 172 groupes. L'objectif principal était de permettre un calcul de ralentissement fin exact dans les domaines thermique et épithermique, qui sont déterminants pour le bilan neutronique des REL. Pour cela, le nombre de groupes en dessous de 22.5 eV a été porté à 188. Ainsi, les deux grandes résonances de l'U238 à 6.7 eV et 20.9 eV ainsi que les premières résonances des principaux actinides sont traitées avec la précision requise sans modèles d'autoprotection. L'optimisation du maillage en dessous de 22.5 eV permet également de régler les problèmes liés à la protection mutuelle, notamment entre l'U238, l'U235 et le Pu240 autour de 21 eV. Ce maillage est utilisé dans le schéma de calcul de référence du CEA [Santamarina *et al.* (2009b)].

### 2.5.2 Le maillage SHEM à 361 groupes

Le maillage SHEM361 a été introduit en 2008 [Hébert et Santamarina (2008)] sur la base du maillage SHEM281 pour permettre l'utilisation de méthodes de sous-groupes avec hypothèse de non-corrélation (méthodes de type ECCO ou APOLLO2, méthode SPM). Le nombre de groupes entre 22.5 eV et 11.4 keV a été augmenté de manière à réduire la corrélation de ralentissement. Dans DRAGON, l'utilisation de la méthode SPM avec le maillage SHEM361 a été conçue comme une alternative à l'utilisation de la méthode Ribon étendue sur le maillage SHEM281.

### 2.5.3 Le maillage à 1968 groupes

Un maillage à 1968 groupes a été développé avec un pas constant en léthargie de 1/120 entre 20 MeV et 4 eV et 136 groupes inspirés du maillage XMAS en dessous de 4 eV [Rowlands

(1988)]. Ce maillage est utilisé dans le code ECCO avec la méthode des sous-groupes présentée en section 2.4.2. Il est assez fin pour permettre le traitement du ralentissement résonnant (caloporteur sodium, matériaux de structure, oxygène). Le nombre élevé de groupes conduit toutefois à des coûts importants en termes de temps de calcul et de mémoire.

## 2.6 Production des librairies de sections efficaces

### Le code NJOY

Les calculs de réseau utilisent des données nucléaires décrites à l'origine dans des fichiers au format ENDF (*Evaluated Nuclear Data File*)[McLane (2001)]. Ces données sont traitées en amont du code de réseau par le code de génération de sections efficaces NJOY [Macfarlane et Boicourt (1975)][MacFarlane et Kahler (2010)]. Les calculs de référence reposent sur des sections efficaces continues en énergie et sont réalisés suivant la méthode de Monte-Carlo, à l'aide de codes tels que MCNP et TRIPOLI-4. Le traitement par NJOY correspondant est décrit en figure 2.4. Les calculs de production quant à eux utilisent des sections efficaces multigroupes, dont le mécanisme de production est décrit en figure 2.5.

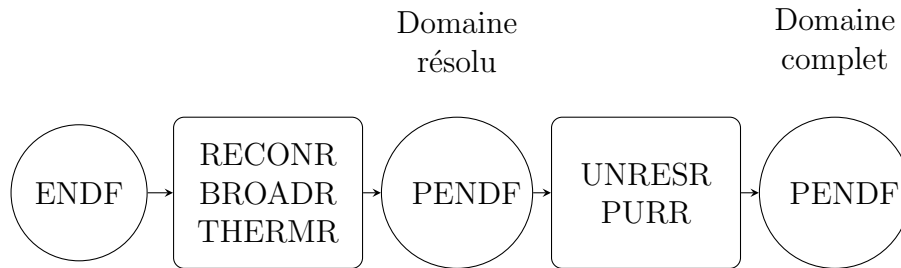


Figure 2.4 Flux de données pour les codes de Monte-Carlo à énergie continue

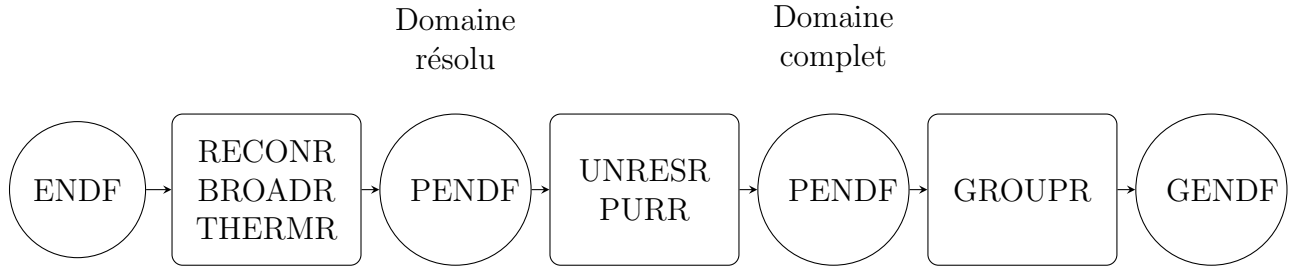


Figure 2.5 Flux de données pour les codes déterministes multigroupes

Les tâches effectuées par les principaux modules du code NJOY sont les suivantes :

**RECONR** Ce module reconstruit les sections efficaces au format ENDF dans le domaine résolu sur une grille énergétique permettant de représenter toutes les sections partielles par interpolation linéaire à une précision donnée. La sortie du module RECONR est un fichier « ENDF-point » (PENDF).

**BROADR** Ce module réalise l'élargissement Doppler des sections efficaces données à 0K aux températures de sortie spécifiées. Les fichiers d'entrée et de sortie sont de type PENDF.

**THERMR** Ce module génère les sections efficaces ponctuelles et les matrices de diffusion dans le domaine thermique, à l'aide des matrices  $S(\alpha, \beta)$ .

**GROUPT** La fonction essentielle de ce module est de produire des sections efficaces multigroupes en intégrant les sections efficaces à énergie continue du fichier PENDF sur un maillage énergétique défini par l'utilisateur :

$$\sigma_{\rho,g} = \frac{\langle \sigma_{\rho} \phi_0 \rangle_g}{\langle \phi_0 \rangle_g} \quad (2.45)$$

où  $\phi_0$  désigne un flux de pondération défini par l'utilisateur. NJOY laisse le choix entre différents types de flux mais le choix le plus courant correspond à une maxwellienne dans le domaine thermique, un flux en  $1/E$  dans le domaine du ralentissement et un flux correspondant au spectre de fission dans le domaine rapide. Le fichier obtenu est de type « ENDF multigroupe » (GENDF).

GROUPT permet également de tabuler différents taux de réaction en fonction de la dilution  $\sigma_e$ , paramètre défini en annexe A. Pour cela, NJOY résout l'équation de structure fine en milieu homogène infini avec l'information contenue dans les fichiers PENDF :

$$\sigma_e + \int_{u-\varepsilon}^u du' e^{u'-u} \sigma_{s,0}(u') \varphi(u') = \sigma(u) \varphi(u) + \sigma_e \varphi(u) \quad (2.46)$$

Cette équation est résolue pour différentes températures et un nombre suffisant de dilutions (typiquement une dizaine). Comme une tabulation correcte des sections effectives en dilution demande au moins une vingtaine de valeurs discrètes de dilutions, le module GROUPR doit être appelé plusieurs fois pour un même isotope. Les taux de réaction tabulés  $\langle \sigma_\rho \varphi \rangle_g^{\text{hom}}(\sigma_e)$  sont écrits dans le fichier GENDF.

**UNRESR** Ce module reconstruit les sections efficaces ponctuelles dans le domaine non résolu à partir des valeurs moyennes contenues dans le fichier ENDF.

**PURR** Ce module calcule des tables de probabilité pour représenter les sections efficaces résonnantes dans le domaine non résolu. PURR tire aléatoirement des pseudo-résonances en utilisant les valeurs d'espacement moyen et de largeur moyenne présentes dans le fichier ENDF. Le code Monte-Carlo MCNP utilise dans le domaine non résolu les tables de probabilité produites par PURR tandis que TRIPOLI-4 utilise les tables de probabilité produites par le code CALENDF.

## Le code CALENDF et le module LIB de DRAGON

CALENDF est le code utilisé au CEA pour la génération des tables de probabilité, dans le domaine non résolu pour TRIPOLI-4 et APOLLO2 et sur tout le domaine pour ECCO [Ribon (1989)]. Les équations résolues par le code sont détaillées en annexe A.

Dans DRAGON, les tables de probabilité ne sont pas calculées en amont mais sont déterminées à l'exécution du code par le module LIB : à partir de données de type PENDF. Plus précisément, le module DRAGR ajouté à NJOY [Hébert et Karthikeyan (2005)] permet de transformer l'information PENDF en un jeu de sections efficaces définies sur des microgroupes d'énergie, appelé *Autolib* [Grandotto-Bietoli (1977)].

## CHAPITRE 3

### VALIDATION DE L'APPROXIMATION DE LIVOLANT-JEANPIERRE

La méthode SPM implantée dans DRAGON se place dans le cadre de l'approximation de Livolant-Jeanpierre et résout l'équation de structure fine (2.7) tandis que la méthode des sous-groupes d'ECCO travaille avec le flux réel. La validation de l'approximation de Livolant-Jeanpierre consiste donc à comparer les résultats fournis par les deux codes. Cette comparaison est un exercice délicat dans la mesure où les sources d'écarts entre les codes sont nombreuses. L'évaluation des sections efficaces étant une des principales sources d'erreur en physique des réacteurs, tous les calculs sont réalisés à partir de la même évaluation, en l'occurrence JEFF-3.1.1 [Santamarina *et al.* (2009a)]. L'approximation de Livolant-Jeanpierre est composée de plusieurs hypothèses, dont certaines peuvent être testées directement au sein d'un même code de calcul plutôt qu'à travers la comparaison de DRAGON et d'ECCO : la section 3.1 de ce chapitre présente la validation de l'hypothèse de source purement élastique directement au sein d'ECCO. La section 3.2 teste, également au sein d'ECCO, l'erreur générée par la réalisation d'un calcul d'autoprotection complètement indépendant du calcul de flux, comme cela est fait dans DRAGON et APOLLO2. La section 3.3 teste l'impact de l'autoprotection des transferts, autre source potentielle d'écarts entre DRAGON et ECCO. Enfin, la section 3.4 procède à la comparaison des codes DRAGON et ECCO dans des conditions optimisées pour la validation de l'approximation de Livolant-Jeanpierre.

### 3.1 Hypothèse de source purement élastique

#### 3.1.1 Le problème

Dans l'approximation de Livolant-Jeanpierre, les sources de fission, de diffusion inélastique et  $(n, xn)$  sont négligées pour le calcul d'autoprotection. Cette hypothèse, reprise dans le module **USS** de DRAGON et dans la méthode des sous-groupes d'APOLLO2, est licite pour le calcul des réacteurs thermiques. Pour un réacteur rapide en revanche, où le haut du domaine résolu et le domaine non résolu ont une plus grande importance relative, il est nécessaire de tester la validité de cette hypothèse.

Puisque le code ECCO utilise une source complète pour le calcul d'autoprotection, la méthode la plus simple pour valider cette hypothèse consiste à modifier dans le module d'autoprotection **SMSELF** la source utilisée et à évaluer l'effet de cette modification sur différents benchmarks. Ainsi, on compare deux versions d'ECCO :

1. dans la première, la source est donnée par :  $Q_{g,j} = \mathcal{R}_{g,j}^* + \mathcal{R}_{g,j}^+ + Q_{g,j}^{\text{fiss}} + Q_{g,j}^{\text{inel}} + Q_{g,j}^{(n,xn)}$
2. dans le deuxième, la source est réduite aux transferts élastiques :  $Q_{g,j} = \mathcal{R}_{g,j}^* + \mathcal{R}_{g,j}^+$

### 3.1.2 Les résultats

Les calculs sont réalisés sur des cellules cylindriques avec le maillage SHEM361. Les bibliothèques pour ECCO ou ECCOLIB n'étant pas disponibles à 361 groupes, il a fallu les générer. On a utilisé pour cela l'outil CADTOOL [Noguere et Sublet (2008)] développé au CEA, qui génère des jeux de données pour NJOY et CALENDF. Les caractéristiques des différents benchmarks utilisés au cours de ce projet sont détaillées en annexe B. Ils sont directement inspirés des benchmarks de Rowlands [Rowlands *et al.* (1999)].

#### Cellule RNR-Na

Le benchmark correspondant est une cellule rapide refroidie au sodium avec un combustible MOX à 20% de Pu, une gaine acier et une température uniforme de 773.6K. Remplacer la source réelle par une source purement élastique n'a aucun effet sur le  $k_{\text{eff}}$ , comme l'indique le tableau 3.1. On vérifie en comparant les taux multigroupes que cet accord ne cache pas de compensations.

Tableau 3.1 Écart en réactivité induit par l'imposition d'une source purement élastique, benchmark RNR-Na

	$k_{\text{eff}}$
Source réelle	1.34454
Source purement élastique	1.34454

L'absence d'effet sur la réactivité peut s'expliquer en étudiant la proportion de la source élastique par rapport à la source totale. La figure 3.1 présente l'évolution du rapport  $\frac{Q_g^{\text{elas}}}{Q_g^{\text{tot}}}$  en fonction de l'énergie pour les 40 premiers groupes du maillage SHEM361. Le trait rouge vertical correspond à une énergie de 300 keV, c'est-à-dire le début du domaine non résolu de l'U238, qui est l'isotope lourd autoprotégé le plus haut en énergie. On constate qu'à ce niveau du spectre, la source de ralentissement élastique représente déjà plus de 90% de la source totale. Si l'on considère de plus que l'autoprotection dans le haut du domaine non résolu modifie peu la section efficace totale de l'U238, comme le montre le tableau 3.2, on comprend que limiter la source aux transferts élastiques n'aura aucune incidence sur l'autoprotection des actinides.

Tableau 3.2 Variation relative de la section efficace microscopique totale de l'U238 avant et après autoprotection

Groupe	$E_{\text{sup}}$	$\frac{\tilde{\sigma}_g^{\text{U238}} - \sigma_{\infty,g}^{\text{U238}}}{\sigma_{\infty,g}^{\text{U238}}} \text{ (en \%)}$
31	3.21E+05	-0.16
32	2.68E+05	-0.25
33	2.30E+05	-0.29
34	1.95E+05	-0.45
35	1.65E+05	-0.35
36	1.40E+05	-0.56
37	1.23E+05	-0.59
38	1.16E+05	-0.66
39	9.47E+04	-0.74
40	8.23E+04	-0.97
41	6.74E+04	-1.18
42	5.52E+04	-1.06
43	4.99E+04	-1.65
44	4.09E+04	-1.79
45	3.70E+04	-1.99
46	3.35E+04	-2.02
47	2.93E+04	-1.39
48	2.74E+04	-2.35
49	2.61E+04	-3.53
50	2.50E+04	-3.48

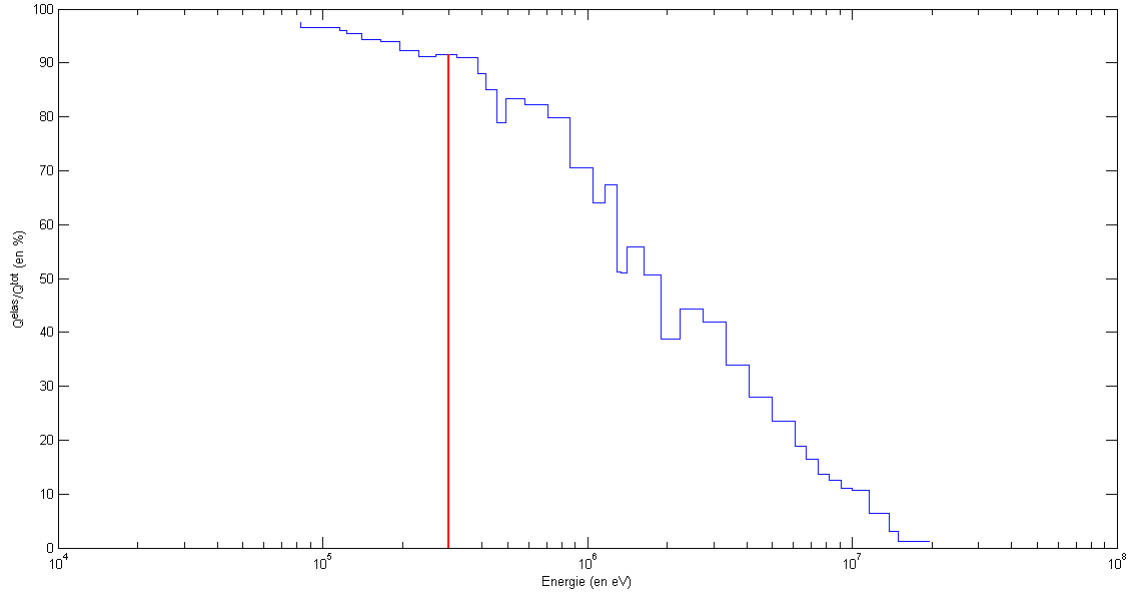


Figure 3.1 Évolution du rapport  $\frac{Q_g^{\text{elas}}}{Q_g^{\text{tot}}}$  pour une cellule RNR-Na

Les isotopes de masse intermédiaire constituant la gaine d'acier sont souvent autoprotégés jusque 1 MeV voire au-delà. Si la source de ralentissement élastique est de moins en moins prépondérante tandis que l'on monte dans le spectre, elle représente toutefois encore 70% de la source totale à 1 MeV. On comprend donc que là encore les taux de réaction multigroupes soient très peu modifiés par la modification effectuée.

### Cellule REP

Le benchmark correspondant est une cellule thermique refroidie à l'eau légère, à combustible UOX, gaine zirconium et température uniforme de 293.6K. Là encore, la modification apportée ne modifie en rien la réactivité, comme le montre le tableau 3.3. L'interprétation est la même que pour le benchmark RNR : la source de ralentissement est déjà largement prédominante aux énergies où l'autoprotection des actinides commence, comme le confirme la figure 3.2. On remarque toutefois que l'importance relative de la source de ralentissement élastique croît moins vite que dans le cas RNR. Cela s'explique par la faible « efficacité » de la diffusion dans une cellule rapide : les neutrons sont peu ralentis par la diffusion, qui joue donc un rôle prépondérant plus haut dans le spectre.

**L'hypothèse de source purement élastique pour le calcul d'autoprotection apparaît valide quel que soit le spectre.** Il est possible de négliger les sources de fission,



Tableau 3.3 Écart en réactivité induit par l'imposition d'une source purement élastique, benchmark REP

	$k_{\text{eff}}$
Source réelle	1.38940
Source purement élastique	1.38940

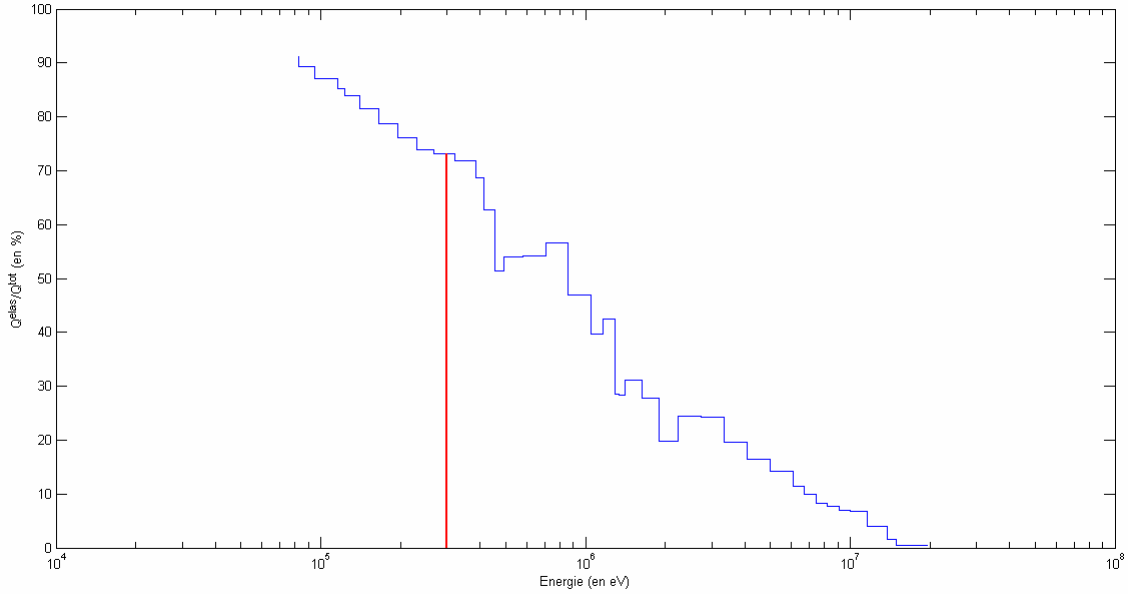


Figure 3.2 Évolution du rapport  $\frac{Q_g^{\text{elas}}}{Q_g^{\text{tot}}}$  pour une cellule REP

par diffusion inélastique et réactions (n,xn), comme cela est fait dans l'approximation de Livolant-Jeanpierre.

## 3.2 Indépendance du calcul d'autoprotection

### 3.2.1 Le problème

Les codes APOLLO2 et DRAGON font l'hypothèse qu'il est possible de séparer calcul de flux et calcul d'autoprotection. La méthode SPM de DRAGON se place dans le cadre de l'approximation de Livolant-Jeanpierre et prend donc pour source :

$$Q_g^{\text{DRAGON}}(\mathbf{r}) = \langle \Sigma_s^*(\mathbf{r}) \varphi(\mathbf{r}) \rangle_g + \Sigma_s^+(\mathbf{r}) \quad (3.1)$$

Quant à APOLLO2, les sources autres que par diffusion élastique sont négligées. On place simplement une source unitaire au premier groupe autoprotégé [Coste-Delclaux (2006)]. Dans ECCO en revanche, un nouveau calcul d'autoprotection est réalisé à chaque itération de puissance, avec les sources actualisées par le calcul de flux précédent. Il s'agit donc de répondre à la question suivante : le calcul d'autoprotection peut-il être rendu indépendant du calcul de flux quel que soit le spectre ?

Pour cela, l'approche retenue a été de modifier le schéma de calcul d'ECCO. Le module **SMSELF** n'est appelé que lors de la première itération de puissance. À l'issue du calcul d'autoprotection, les sections efficaces autoprotégées sont écrites dans des fichiers temporaires. Lors des itérations de puissance ultérieures, le module **SMSELF** n'est pas appelé, les sections utilisées pour le calcul de flux sont lues directement dans les fichiers temporaires. De cette manière, le calcul d'autoprotection est rendu indépendant du calcul de flux. On compare les résultats obtenus avec la version modifiée du code et ceux obtenus avec la version originale.

### 3.2.2 Les résultats

#### Cellule RNR-Na

Le benchmark correspondant est une cellule rapide refroidie au sodium avec un combustible MOX à 20% de Pu, une gaine acier et une température uniforme de 773.6K. La modification apportée n'a aucun effet sur la réactivité (cf. tableau 3.4). Les taux de capture et de fission des principaux actinides ont été vérifiés pour s'assurer de l'absence de compensations.

Tableau 3.4 Écart en réactivité induit par l'indépendance du calcul d'autoprotection, benchmark RNR-Na

	$k_{\text{eff}}$
Autoprotection intégrée au calcul de flux	1.34454
Autoprotection indépendante du calcul de flux	1.34454

L'absence d'effet est due à la faible modification de la source de fission entre deux itérations de puissance. Le tableau C.1 en annexe C présente la modification de la source de fission et de la source totale dans le combustible entre la première et la dernière itération de puissance. L'expression de la source de fission est donnée par :

$$Q_{g,i}^{\text{fiss}} = V_i \sum_{j=1}^{J^{\text{fiss}}} \chi_{j,g} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,j,g'} \phi_{i,g'} , \quad (3.2)$$

ce qui s'écrit encore :

$$Q_{g,i}^{\text{fiss}} = V_i \sum_{j=1}^{J^{\text{fiss}}} \chi_{j,g} \times \text{Taux de production de l'isotope } j \text{ dans la région } i \quad (3.3)$$

Pour une cellule rapide, les hétérogénéités spatiales de flux sont très faibles. La zone combustible correspond pour cette raison à une unique région de calcul. L'expression de la source de fission se simplifie en :

$$Q_g^{\text{fiss}} = V_{\text{comb}} \sum_{j=1}^{J^{\text{fiss}}} \chi_{j,g} \times \text{Taux de production de l'isotope } j \quad (3.4)$$

Le taux de production est normalisé à 1 au début de chaque itération de puissance. Ainsi, c'est uniquement la modification de la répartition de la production entre les différents isotopes qui provoque la variation de la source de fission  $Q_{g,i}^{\text{fiss}}$ . Cet effet est d'autant plus limité que les spectres de fission des isotopes fissiles sont semblables. Il est donc logique que le calcul converge ici instantanément, en 2 itérations de puissance.

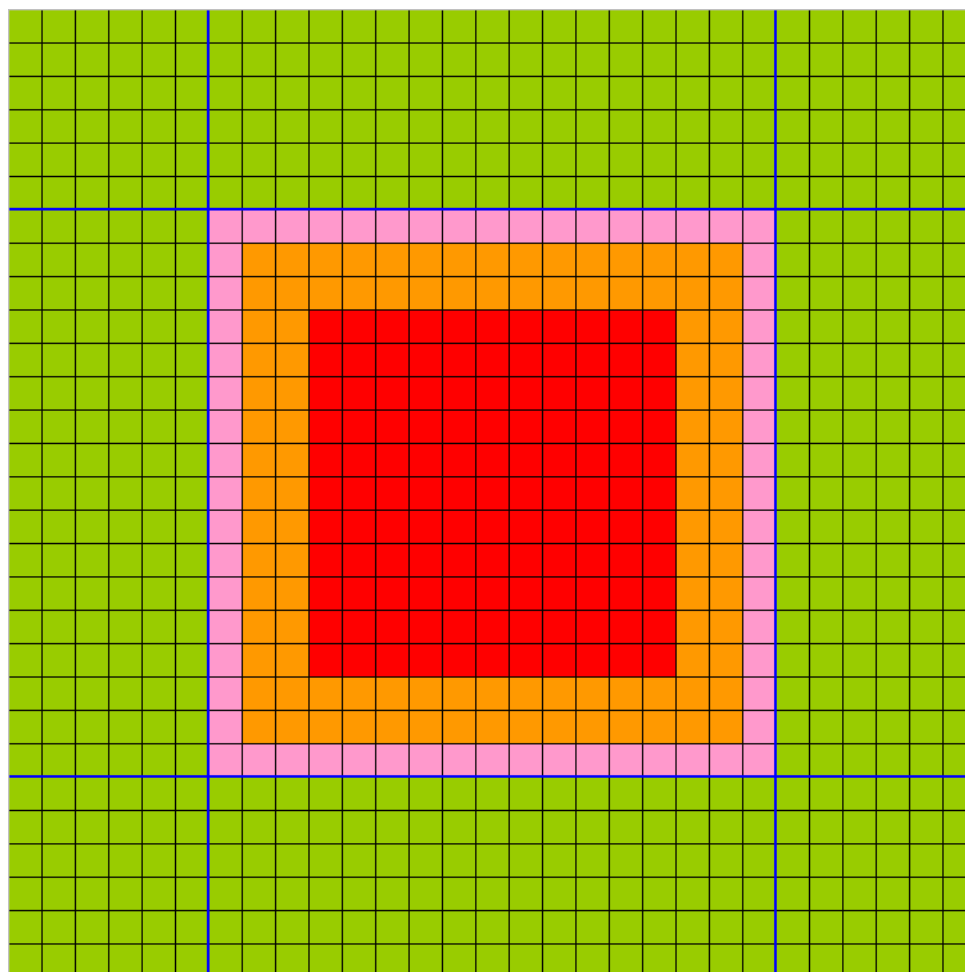
## Assemblages MOX

Puisque l'impact de l'indépendance du calcul d'autoprotection apparaît directement lié à l'hétérogénéité spatiale du flux, on a cherché à définir des benchmarks réalistes qui maximisent cette hétérogénéité. Le cas d'un assemblage MOX entouré d'assemblages UOX nous a semblé un bon candidat. La géométrie, présentée en figure 3.3, est constituée d'un assemblage 17x17 à 3 zones de teneur en Pu, entouré de 6 couronnes de crayons UOX. On a considéré trois cas, dont les caractéristiques sont regroupées dans le tableau 3.5.

Tableau 3.5 Caractéristiques des trois assemblages MOX étudiés

	Cas REP	Cas REB	Cas RSM
Côté des cellules carrées (cm)	1.26	1.26	1.06
Température combustible, gaine et modérateur	293.6K	573.6K	573.6K
Densité de l'eau ( $10^{24}$ at/cm <sup>3</sup> )	3.33717E-02	6.07320E-03	1.45757E-02

On s'assure que les benchmarks choisis présentent bien d'importantes hétérogénéités spatiales de flux. En effet, pour le cas REP, 15 itérations de puissance sont nécessaires pour converger à  $10^{-5}$  près sur le  $k_{\text{eff}}$  et à  $2.10^{-5}$  près sur les sources. La variation des sources totale et de fission entre la première et la dernière itération de puissance est importante, comme le montre le tableau C.2.



- Cellule MOX à forte teneur en Pu
- Cellule MOX à moyenne teneur en Pu
- Cellule MOX à faible teneur en Pu
- Cellule UOX
- lame d'eau

Figure 3.3 Géométrie de l'assemblage MOX étudié

Tableau 3.6  $k_{\text{eff}}$  des trois assemblages MOX étudiés

	Cas REP	Cas REB	Cas RSM
Autoprotection intégrée au calcul de flux	1.33263	0.96654	1.11039
Autoprotection indépendante du calcul de flux	1.33266	0.96656	1.11045
Écart en réactivité (en pcm)	+3	+2	+6

Les valeurs de  $k_{\text{eff}}$  obtenues pour chacun des cas sont regroupées dans le tableau 3.6. On constate que les écarts sont très faibles, inférieurs à la dizaine de pcm. On s'est assuré en comparant les taux de capture multigroupes de l'absence de compensations importantes. Ne pas repasser par le module **SMSELF** permet d'économiser un grand nombre de calculs des probabilités de collision (cf. tableau 3.7). En effet, un calcul d'autoprotection nécessite un nombre très important de calculs des  $P_{ij}$ , dont la valeur approximative est donnée par :

$$N_{P_{ij}}^{\text{autop}} = N_{\text{groupes}} * N_{\text{sous-groupes}}^{\text{moyen}} * N_{\text{isotopes autoprotégés}} * N_{\text{itérations internes}}^{\text{moyen}} \quad (3.5)$$

De plus, puisque les sections efficaces ne sont plus modifiées après la première itération de puissance, il est inutile de recalculer les  $P_{ij}$  pour chaque calcul de flux. On a donc écrit les probabilités de collision dans des fichiers temporaires à l'issue de la première itération de puissance. Tout cela permet de diminuer de manière très importante le temps de calcul (cf. tableau 3.8). Ce gain de temps de temps pourrait encore être augmenté en conservant les sections efficaces autoprotégées et les probabilités de collision en mémoire vive plutôt qu'en les écrivant dans des fichiers temporaires. Les calculs ont été réalisés sur un processeur Intel Xeon<sup>®</sup> cadencé à 2.67 GHz et disposant de 16 Go de mémoire vive.

Tableau 3.7 Nombre d'appels à la procédure de calcul des probabilités de collision

	Cas REP	Cas REB	Cas RSM
Autoprotection intégrée au calcul de flux ( $N_{P_{ij}}^{\text{ref}}$ )	528542	243921	350265
Autoprotection indépendante du calcul de flux ( $N_{P_{ij}}^{\text{mod}}$ )	31886	30722	31484
$\frac{N_{P_{ij}}^{\text{ref}}}{N_{P_{ij}}^{\text{mod}}}$	16.6	8.0	11.1

L'étude réalisée permet de conclure que le calcul d'autoprotection peut être mené indépendamment du calcul de flux. Il n'est pas nécessaire d'utiliser les sources réelles pour le calcul d'autoprotection.

Tableau 3.8 Temps de calcul (en secondes) pour les trois assemblages MOX étudiés

	Cas REP	Cas REB	Cas RSM
Autoprotection intégrée au calcul de flux ( $T^{\text{ref}}$ )	1101	518	756
Autoprotection indépendante du calcul de flux ( $T^{\text{mod}}$ )	216	140	186
$\frac{T^{\text{ref}}}{T^{\text{mod}}}$	5.1	3.7	4.1

### 3.3 Autoprotection des transferts

#### 3.3.1 Le problème

La section efficace de transfert multigroupe du groupe  $g$  vers le groupe  $g'$  est définie par :

$$\sigma_s^{g \rightarrow g'} = \frac{\int_{u_{g'}^{g'-1}}^{u_{g'}^{g'}} du' \int_{u_g^{g-1}}^{u_g^{g-1}} du \sigma_s(u) P_e(u \rightarrow u') \phi(u)}{\int_{u_g^{g-1}}^{u_g^{g-1}} du \phi(u)} \quad (3.6)$$

Les codes APOLLO2 et ECCO n'autoprotègent pas directement la matrice de transfert. Ils font l'hypothèse que l'on peut écrire la section de transfert comme le produit d'une probabilité de transfert multigroupe  $P^{g \rightarrow g'}$  par la section de diffusion multigroupe  $\sigma_s^g$ . Les probabilités de transfert ne sont pas autoprotégées, les deux codes conservent les probabilités de transfert à dilution infinie [Coste-Delclaux (2006)][Rimpault (1997)]. Ainsi, la section de transfert autoprotégée  $\tilde{\sigma}_s^{g \rightarrow g'}$  du groupe  $g$  vers le groupe  $g'$  est donnée par :

$$\tilde{\sigma}_s^{g \rightarrow g'} = P_\infty^{g \rightarrow g'} \tilde{\sigma}_s^g = \frac{\sigma_{s,\infty}^{g \rightarrow g'}}{\sigma_{s,\infty}^g} \tilde{\sigma}_s^g \quad (3.7)$$

Cette approximation permet d'alléger le volume des données chargées par le code : dans le cadre de la méthode de Sanchez-Coste, il n'est alors pas nécessaire de calculer avec NJOY des taux de transferts tabulés en dilution ; dans la méthode des sous-groupes, il n'y a pas de tables de probabilité pour les sections de transfert multigroupes.

Dans DRAGON en revanche, la matrice de diffusion est autoprotégée directement. Le module **USS** : utilise des tables de probabilité pour la section de transfert générées par le module **LIB** : selon la méthode présentée en annexe A. Puisque les codes font des hypothèses différentes, il est nécessaire de tester l'impact de l'autoprotection des transferts selon le type de spectre neutronique.

La méthode retenue consiste à désactiver l'autoprotection des transferts dans DRAGON et à regarder l'impact de cette modification sur différents benchmarks. Là encore, modifier les sources de DRAGON permet d'écarter toutes les sources d'écarts parasites inhérentes à la comparaison entre codes. Pour cela, on remplace dans la procédure **USSIT2.f** du module

USS: l'instruction calculant la section de transfert

$$\tilde{\sigma}_{s,\ell}^{g \rightarrow g'} = \frac{\text{Taux de transfert } P_\ell \text{ de } g \text{ vers } g'}{\text{Taux de diffusion dans le groupe } g} \quad (3.8)$$

par l'équation (3.7).

### 3.3.2 Les résultats

Les calculs DRAGON avec et sans autoprotection des transferts sont comparés entre eux et avec un calcul TRIPOLI-4. Le maillage multigroupe est SHEM361. Dans DRAGON et TRIPOLI-4, on impose comme spectre de fission de tous les isotopes le spectre de fission thermique de l'U235, de manière à supprimer cette source de biais entre les deux codes. En effet, le code TRIPOLI-4 réalise une interpolation pour le spectre de fission, qui est tabulé en fonction de l'énergie incidente du neutron. Dans les codes déterministes en revanche, le spectre de fission utilisé correspond à une énergie unique, en général dans le domaine thermique. Dans DRAGON, le spectre de fission est imposé via le module **MAC**:. La convergence des calculs Monte-Carlo a été poussée assez loin pour connaître les taux de réaction dans chaque groupe au pcm près. On a reporté dans le tableau 3.9 les paramètres des différentes simulations Monte-Carlo réalisées.

Tableau 3.9 Paramètres des simulations TRIPOLI-4

Cas	Nombre de batchs	Nombre de neutrons/cycle
REP UOX froid	70000	10000
REB 75% de vide UOX chaud	70000	10000
RSM	80000	10000
RNR-Na	40000	10000

On a choisi 4 benchmarks permettant de balayer au mieux les différents spectres rencontrés habituellement en physique des réacteurs, comme le montre la figure 3.4. Les caractéristiques des benchmarks sont les suivantes :

- benchmark REP : cellule cylindrique à combustible UOX, gaine zirconium et température uniforme de 293.6K
- benchmark REB : cellule cylindrique avec le même combustible UOX et la même gaine. L'eau est sous forme vapeur à 75%, ce qui est représentatif de la situation en eau d'un réacteur bouillant. La température est de 573.6K.
- benchmark RSM : cellule cylindrique avec un combustible MOX à 20% de Pu, gaine zirconium, température uniforme de 573.6K

- benchmark RNR-Na : cellule cylindrique avec un combustible MOX à 20% de Pu, gaine acier, température uniforme de 773.6K

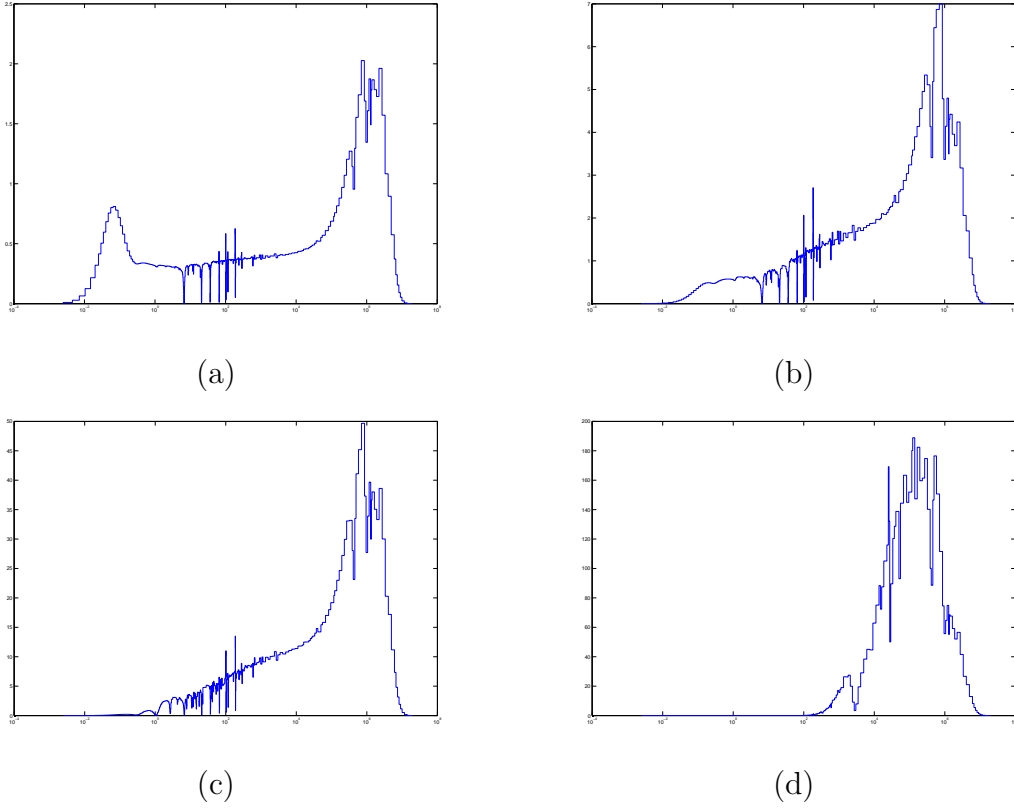


Figure 3.4 Spectres dans le combustible des cellules REP(a), REB(b), RSM(c) et RNR-Na(d)

### Effet sur la réactivité

Le tableau 3.10 présente pour les 4 benchmarks la réactivité calculée avec et sans autoprotection des transferts dans DRAGON ainsi que la réactivité de référence calculée avec TRIPOLI-4.

On constate qu'il est difficile de dégager une tendance claire : pour les cas REP et surtout REB, le calcul avec autoprotection des transferts est plus proche de la référence TRIPOLI-4 tandis que pour les cas RSM et RNR-Na, c'est l'inverse qui est observé. Ces résultats dissimulent donc des compensations importantes entre les groupes, rendant nécessaire la comparaison de paramètres plus pertinents, en l'occurrence les taux de réaction multigroupes.



Tableau 3.10 Écart en réactivité induit par l'autoprotection des transferts

	<b>REP</b>		<b>REB</b>	
	$k_{\text{eff}}$	Écart avec T4 (en pcm)	$k_{\text{eff}}$	Écart avec T4 (en pcm)
TRIPOLI-4	$1.38962 \pm 5$ pcm	-	$0.98089 \pm 4$ pcm	-
DRAGON avec	1.38940	-22	0.98053	-36
DRAGON sans	1.38873	- 89	0.97839	-250
	<b>RSM</b>		<b>RNR-Na</b>	
	$k_{\text{eff}}$	Écart avec T4 (en pcm)	$k_{\text{eff}}$	Écart avec T4 (en pcm)
TRIPOLI-4	$1.19460 \pm 4$ pcm	-	$1.34046 \pm 6$ pcm	-
DRAGON avec	1.19552	+92	1.34113	+67
DRAGON sans	1.19505	+45	1.34131	+85

### Effet sur les taux de réaction multigroupes

Pour un taux de réaction donné  $\tau$ , on définit l'écart relatif moyen  $\bar{\varepsilon}$  entre TRIPOLI-4 et DRAGON par :

$$\bar{\varepsilon} = \langle \left| \frac{\tau^{\text{DRAGON}} - \tau^{\text{T4}}}{\tau^{\text{T4}}} \right| \rangle \quad (3.9)$$

Pour les benchmarks REP, REB et RSM, l'écart relatif moyen est calculé sur l'intégralité du domaine d'autoprotection de l'U238, soit entre 22.5 eV et 300 keV (groupes 31 à 173). Pour le benchmark RNR-Na, le spectre étant nettement plus dur, le paramètre  $\bar{\varepsilon}$  est calculé entre 400 keV et 5 MeV (groupes 11 à 85). En outre, regarder l'impact de l'autoprotection des transferts aussi haut en énergie permet de tenir compte des effets liés à la présence d'une gaine acier. Les résultats sont regroupés dans le tableau 3.11.

On constate l'amélioration systématique des résultats lorsque la matrice de transfert est autoprotégée dans DRAGON. On remarque de plus que l'amélioration des résultats due à l'autoprotection des transferts est la plus importante pour le cas de la cellule REB. Cela s'explique en regardant en détail les écarts relatifs multigroupes pour les cas REP (voir figure 3.5) et REB (voir figure 3.6). Les valeurs sont reportées respectivement dans les tableaux D.1 et D.2 en annexe D. On constate sur la figure 3.5 que l'autoprotection des transferts pour la cellule REP permet d'améliorer de manière très importante le traitement des résonances à 36.7 eV (groupes 164-165-166) et à 102.6 eV (groupes 124-125-126) qui sont de très grandes résonances de diffusion élastique de l'U238 : elles culminent respectivement à 8000 barns et à 4500 barns. Pour la cellule REB, les mêmes comportements sont observés pour les résonances

Tableau 3.11 Écart relatif moyen sur les taux de capture de l'U238 et de fission du Pu239 entre DRAGON avec et sans autoprotection des transferts et TRIPOLI-4

		$\bar{\varepsilon}_{\text{capture}}^{\text{U238}}$ (en %)	$\bar{\varepsilon}_{\text{fission}}^{\text{Pu239}}$ (en %)
<b>REP</b>	Avec autoprotection des transferts	0.73	-
	Sans autoprotection des transferts	1.42	-
<b>REB</b>	Avec autoprotection des transferts	0.97	-
	Sans autoprotection des transferts	2.50	-
<b>RSM</b>	Avec autoprotection des transferts	2.04	3.25
	Sans autoprotection des transferts	2.74	3.71
<b>RNR-Na</b>	Avec autoprotection des transferts	2.89	3.08
	Sans autoprotection des transferts	3.97	3.89

à 36.7 eV (groupes 164-165-166), à 102.6 eV (groupes 124-125-126), à 189.7 eV (groupes 103-104-105) et à 237.4 eV (groupe 97) notamment. Puisque le domaine des grandes résonances de diffusion élastique de l'U238 a plus de poids que dans le cas de la cellule REP étudiée précédemment, on comprend que l'impact de l'autoprotection des transferts sur la réactivité s'en trouve augmenté.

**L'autoprotection de la matrice de transfert apporte un gain important de précision quel que soit le spectre.** En particulier, pour les réacteurs de type REP ou REB, l'autoprotection des transferts permet d'améliorer nettement le traitement des grandes résonances de diffusion de l'U238 lorsque l'on utilise le maillage SHEM361. Dans le cadre de notre étude, ces calculs confirment l'autoprotection des transferts comme source importante d'écarts entre DRAGON et ECCO.

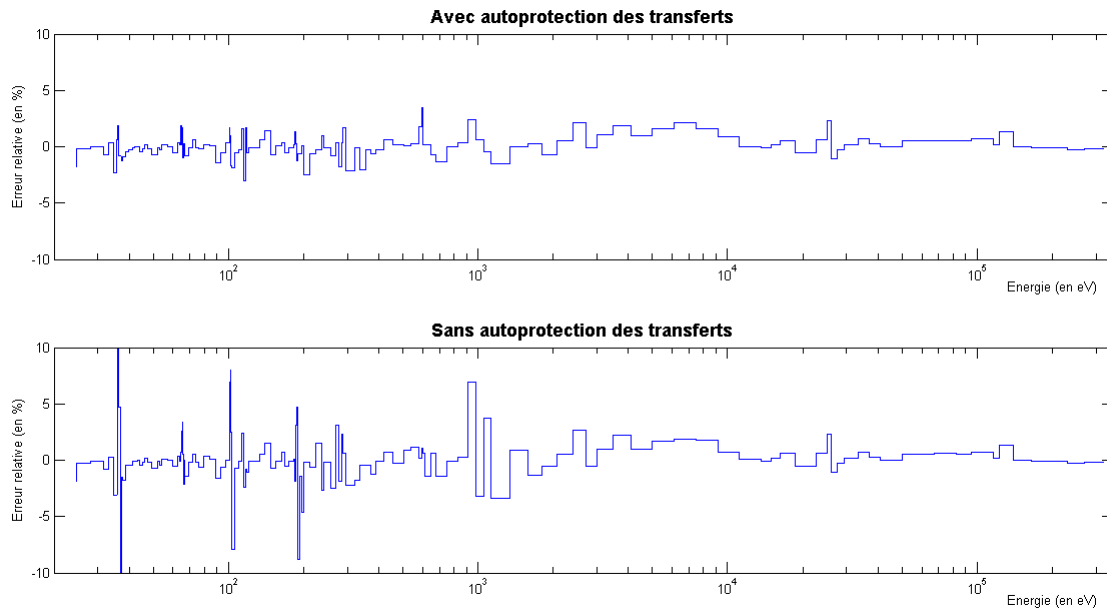


Figure 3.5 Écarts relatifs multigroupes sur les taux de capture de l'U238 et de fission du Pu239 entre DRAGON avec et sans autoprotection des transferts et TRIPOLI-4 : cellule REP

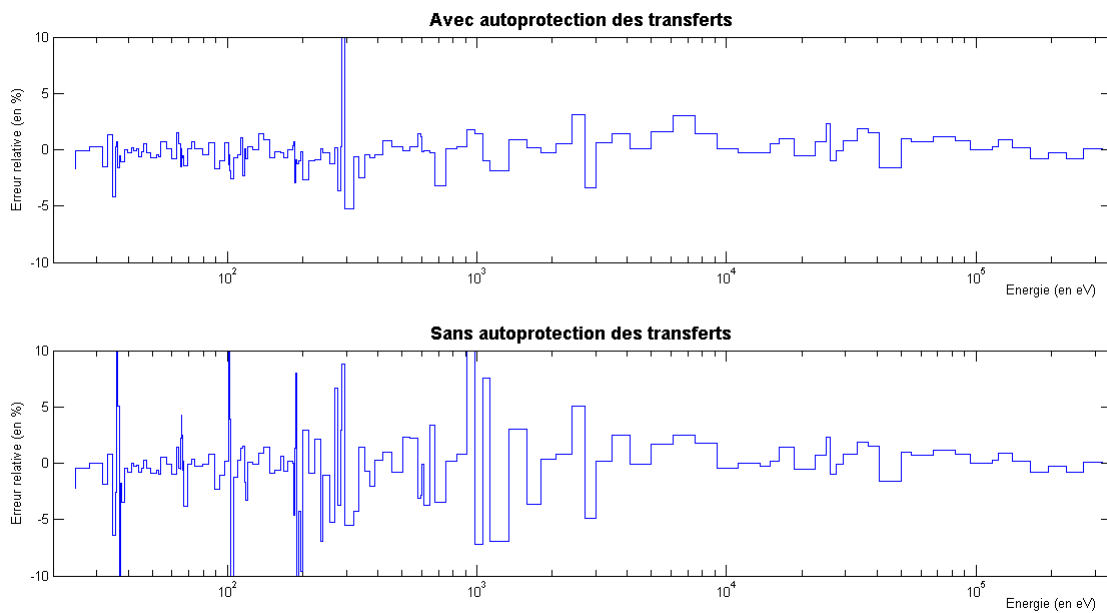


Figure 3.6 Écarts relatifs multigroupes sur les taux de capture de l'U238 et de fission du Pu239 entre DRAGON avec et sans autoprotection des transferts et TRIPOLI-4 : cellule REB

## 3.4 Validation de l'approximation de structure fine

### 3.4.1 Le problème

Les études menées dans les sections 3.1, 3.2 et 3.3 permettent de comparer les codes DRAGON et ECCO dans des conditions optimales pour la validation de l'approximation de Livolant-Jeanpierre. En effet, l'étude menée en section 3.1 a montré que la première hypothèse de Livolant-Jeanpierre, selon laquelle les sources de neutrons par fission, diffusion élastique et réactions  $(n, xn)$  sont négligées, est valide quel que soit le spectre. L'étude menée en section 3.2 a montré que faire le calcul d'autoprotection indépendamment du calcul de flux ou à chaque itération de puissance est strictement équivalent pour un calcul cellule ; la structure du calcul ECCO n'est donc pas une source de biais avec DRAGON. L'étude menée en section 3.3 a montré que l'autoprotection de la matrice de transfert a un impact très important. Il est donc nécessaire de désactiver l'autoprotection des transferts dans le calcul DRAGON selon la méthode exposée précédemment pour supprimer cette source de biais entre les deux codes déterministes.

Ainsi, il reste à quantifier l'erreur éventuellement introduite par la factorisation du flux en produit d'un flux macroscopique par une fonction de structure fine, c'est-à-dire à valider les trois dernières hypothèses de Livolant-Jeanpierre, qui sont inséparables et que l'on regroupe sous l'appellation *approximation de structure fine*. Pour cela, on compare les résultats obtenus avec DRAGON, ECCO et TRIPOLI-4 sur 4 benchmarks, dont les caractéristiques sont les suivantes :

- cellule REP à combustible UOX, gaine zirconium, température uniforme de 293.6K
- cellule RSM à combustible MOX à 20% de Pu, gaine zirconium, température uniforme de 573.6K
- cellule RNR-Na à combustible MOX à 20% de Pu, gaine acier, température uniforme de 773.6K
- cellule RNR vidangée à combustible MOX à 20% de Pu, gaine acier, température uniforme de 773.6K

Les calculs avec ECCO sont réalisés avec l'approximation P1 INCONSISTENT qui utilise une correction de transport similaire à celle de DRAGON. On désactive dans le module USS : de DRAGON l'équivalence SPH [Hébert (2009a)], qui est une source de biais avec ECCO.

### 3.4.2 Les résultats

#### Cellule REP à combustible UOX

L'approximation de Livolant-Jeanpierre est utilisée depuis plusieurs décennies pour l'étude des réacteurs à neutrons thermiques, en particulier dans le cadre de la méthode Sanchez-Coste mise en œuvre dans APOLLO2. La dernière hypothèse de Livolant-Jeanpierre, qui consiste à supposer l'homogénéité du flux macroscopique, semble toutefois difficilement justifiable pour une cellule thermique. En effet, les neutrons sont principalement capturés dans la périphérie de la pastille combustible, phénomène connu sous le nom d'*effet de peau*, ce qui conduit à d'importantes hétérogénéités radiales du flux dans la pastille. La figure 3.7 présente le taux de capture volumique de l'U238 en fonction du rayon pour le benchmark REP. L'effet de peau impose de réaliser l'autoprotection du combustible en couronnes, généralement 4 ou 6. Ici, la géométrie d'autoprotection retenue comprend 6 couronnes, dont les rayons sont indiqués dans le tableau 3.12.

Il est donc nécessaire de comparer les taux de capture sur l'U238 fournis par ECCO, DRAGON et TRIPOLI-4 non seulement sur toute la pastille combustible mais également dans chacune des six couronnes d'autoprotection. Le paramètre étudié est l'écart relatif moyen  $\bar{\epsilon}$  défini à la section 3.3, pris sur le domaine d'autoprotection de l'U238, entre 22.5 eV et 300 keV. Les résultats sont regroupés dans les tableaux 3.13 et 3.14.

On constate le bon accord entre DRAGON et ECCO sur la pastille combustible, à hauteur de 1%. Lorsque l'on s'intéresse aux écarts relatifs moyens dans les couronnes d'autoprotection, on s'aperçoit que les deux codes donnent des résultats d'autant meilleurs que la couronne est éloignée du centre de la pastille. Cette caractéristique est intéressante puisque c'est en périphérie que les taux de capture volumiques sont les plus importants. De plus, l'accord entre ECCO et DRAGON est bon sur les six couronnes d'autoprotection et même excellent sur la couronne périphérique.

Tableau 3.12 Rayons des six couronnes d'autoprotection

Rayon (en cm)
0,259307
0,343031
0,366715
0,388960
0,399619
0,41

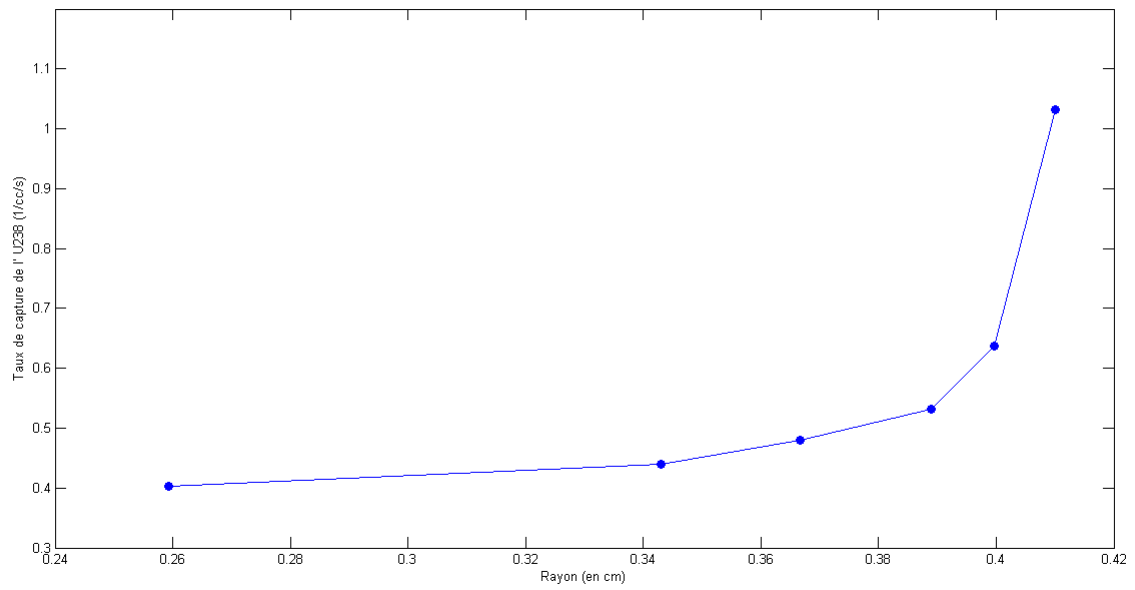


Figure 3.7 Effet de peau dans une cellule thermique

Considérer le flux macroscopique homogène ne génère pas d'erreurs significatives pour l'autoprotection des réacteurs à neutrons thermiques.

Tableau 3.13 Écart relatif moyen entre DRAGON, ECCO et TRIPOLI-4 sur les taux de capture de l'U238 dans la pastille combustible : cellule REP à combustible UOX

	$\bar{\epsilon}_{\text{capture}}^{\text{U238}}$	
	TRIPOLI-4	DRAGON
	<b>Pastille combustible</b>	
ECCO	1.82%	1.03%
DRAGON	1.44%	-

Tableau 3.14 Écart relatif moyen entre DRAGON, ECCO et TRIPOLI-4 sur les taux de capture de l'U238 dans les six couronnes d'autoprotection : cellule REP à combustible UOX

	$\bar{\epsilon}_{\text{capture}}^{\text{U238}}$			
	TRIPOLI-4	DRAGON	TRIPOLI-4	DRAGON
	<b>Couronne 1</b>		<b>Couronne 4</b>	
ECCO	2.61%	1.72%	1.51%	0.94%
DRAGON	1.84%	-	1.29%	-
	<b>Couronne 2</b>		<b>Couronne 5</b>	
ECCO	2.24%	1.35%	1.47%	0.94%
DRAGON	1.49%	-	1.31%	-
	<b>Couronne 3</b>		<b>Couronne 6</b>	
ECCO	1.81%	1.06%	1.21%	0.63%
DRAGON	1.33%	-	1.25%	-

### Cellules RSM, RNR-Na et RNR vidangée

Le code ECCO, développé spécifiquement pour l'étude des réacteurs à neutrons rapides, autoprotège les sections efficaces à partir du « vrai » flux plutôt qu'avec la fonction de structure fine. Il est nécessaire de tester si cette caractéristique est une idiosyncrasie du code ou si l'approximation de structure fine est exclue pour l'étude des spectres durs et rapides. Le paramètre  $\bar{\epsilon}$  a été calculé pour le benchmark RSM entre 22.5 eV et 300 keV et pour les benchmarks RNR-Na et RNR vidangée entre 400 keV et 5 MeV. Les valeurs sont regroupées dans le tableau 3.15. On constate le très bon accord systématique entre DRAGON et ECCO, de l'ordre du pourcent pour les trois cas étudiés.

L'étude menée dans cette section permet de conclure à la validité de l'approximation de structure fine quel que soit le spectre. **L'approximation de Livolant-Jeanpierre apparaît donc valide pour l'étude des réacteurs à neutrons rapides.**

#### 3.4.3 La nécessité d'un maillage SHEM-RNR

Le tableau 3.15 indique des écarts relatifs moyens entre les deux codes déterministes et TRIPOLI-4 très importants, de l'ordre de 4% pour une cellule RNR-Na. Il apparaît donc que le maillage SHEM361, qui a été optimisé en dessous de 11.4 keV [Hébert et Santamarina (2008)], n'est pas adapté à l'étude de spectres durs. Il est nécessaire de poursuivre l'optimisation du maillage SHEM plus haut en énergie. Pour cela, deux options sont possibles :

- conserver pour base le maillage SHEM361 et rajouter des groupes au-dessus de 11.4 keV.

Cette option a l'avantage de créer un maillage « universel », utilisable pour n'importe

Tableau 3.15 Écart relatif moyen entre DRAGON, ECCO et TRIPOLI-4 sur les taux de capture de l'U238 et de fission du Pu239 : cellules RSM, RNR-Na et RNR vidangée

	TRIPOLI-4		DRAGON	
	$\bar{\epsilon}_{\text{capture}}^{\text{U238}}$	$\bar{\epsilon}_{\text{fission}}^{\text{Pu239}}$	$\bar{\epsilon}_{\text{capture}}^{\text{U238}}$	$\bar{\epsilon}_{\text{fission}}^{\text{Pu239}}$
	<b>RSM</b>			
ECCO	2.91%	3.83%	<b>0.92%</b>	<b>0.96%</b>
DRAGON	2.76%	3.71%	-	-
	<b>RNR-Na</b>			
ECCO	3.96%	3.92%	<b>0.91%</b>	<b>1.29%</b>
DRAGON	3.97%	3.88%	-	-
	<b>RNR vidangée</b>			
ECCO	4.47%	4.70%	<b>0.82%</b>	<b>1.08%</b>
DRAGON	4.42%	4.13%	-	-

quel type de spectre. L'inconvénient en revanche est le risque d'atteindre un nombre de groupes rédhibitoire, alors même que tous les groupes ne sont pas toujours utiles : pour un assemblage RNR-Na par exemple, le flux est négligeable dans les 188 groupes en dessous de 22.5 eV.

- définir un maillage spécifique à l'étude de spectres durs i.e. un maillage « SHEM-RNR ». Cette option présente l'avantage de limiter le nombre de groupes. En revanche, cela demande à l'utilisateur de choisir le maillage en fonction du problème étudié, alors même que le spectre n'est pas toujours soit purement thermique soit purement rapide.



## CHAPITRE 4

### VALIDATION DE LA MÉTHODE DE CONDENSATION

Si l'on développe en harmoniques sphériques la source de diffusion de l'équation de transport (1.1), on obtient :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \phi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) \\ = \int_0^\infty dE' \sum_{\ell=0}^L \frac{2\ell+1}{4\pi} \Sigma_{s,\ell}(\mathbf{r}, E \leftarrow E') \sum_{m=-\ell}^{\ell} R_\ell^m(\boldsymbol{\Omega}) \phi_\ell^m(\mathbf{r}, E') + \frac{1}{4\pi k_{\text{eff}}} Q^{\text{fiss}}(\mathbf{r}, E) \end{aligned} \quad (4.1)$$

On constate que lors de la condensation multigroupe de l'équation (4.1) :

- la section totale est condensée par le flux angulaire et on devrait donc obtenir en théorie une section totale multigroupe angulaire  $\Sigma_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ .
- les ordres  $\ell$  de la section de diffusion sont condensés par les moments du flux  $\phi_\ell^m(\mathbf{r}, E')$ , ce qui aboutit en théorie à des moments  $\Sigma_{s,\ell}^m$  de la section de diffusion.

En pratique, les codes de réseau déterministes utilisent des sections conventionnelles : la section totale multigroupe  $\Sigma_g(\mathbf{r})$  ne dépend pas de la direction  $\boldsymbol{\Omega}$  et la section de diffusion différentielle est projetée uniquement sur les polynômes de Legendre. En particulier, le module d'autoprotection USS: de DRAGON condense toutes les sections efficaces avec le flux scalaire, ce qui génère des erreurs lors du calcul de flux :

- La perte d'information liée à la condensation de la section totale par le flux scalaire se traduit par la non-conservation des taux de réaction : un calcul de flux utilisant les sections efficaces autoprotégées données par l'équation (2.44) ne permet pas de retrouver les taux de réaction  $\sum_{k=1}^K \omega_k \sigma_{\rho,i,k} \varphi_{i,k}$ . C'est pourquoi dans le module USS: les sections efficaces multigroupes sont corrigées a posteriori par une équivalence SPH [Hébert (2009a)]. L'équivalence SPH consiste à introduire un facteur correctif pour chaque groupe d'énergie  $g$  et chaque région  $i$  par les relations :

$$\tilde{\sigma}_{\rho,i,g} = \mu_{i,g} \bar{\sigma}_{\rho,i,g} \quad (4.2)$$

où  $\mu_{i,g}$  est le facteur SPH assigné au groupe  $g$  et à la région  $i$  et où  $\bar{\sigma}_{\rho,i,g}$  désigne la section efficace autoprotégée fournie par l'équation (2.44). Le flux doit être corrigé selon

$$\tilde{\varphi}_{i,g} = \frac{1}{\mu_{i,g}} \varphi_{i,g} \quad (4.3)$$

La valeur des facteurs SPH  $\mu_{i,g}$  est ajustée à l'aide d'une méthode de point fixe. L'équivalence SPH intégrée au module **USS** : permet ainsi de lever la difficulté liée à la condensation de la section totale, en l'absence de fuites. Toutefois, dans le cadre de modèles de fuites  $B_1$  homogène ou hétérogène, qui seront présentés en sections 4.2 et 4.3, on voit apparaître une section totale « ordre 1 », c'est-à-dire condensée par le courant fondamental. La méthode SPM fait l'hypothèse suivante :

$$\Sigma_1^g(\mathbf{r}) = \Sigma_0^g(\mathbf{r}) \quad (4.4)$$

Il est nécessaire de tester ici l'impact de cette hypothèse sur un calcul avec fuites.

- Dans le module **USS** : de DRAGON, l'équivalence SPH ne permet pas de corriger les ordres supérieurs à 0 de la section de diffusion différentielle, puisque aucun taux de réaction de référence n'est calculé pour les transferts d'ordre supérieur à 0. Il est donc nécessaire de tester ici l'impact de cette hypothèse.

On constate que les problèmes liés à la condensation de la section totale dans DRAGON apparaissent lors de l'utilisation d'un modèle de fuites. Quant aux effets de condensation de la section  $\Sigma_{s1}$ , ils augmentent avec l'anisotropie et par conséquent en présence de fuites. Ce chapitre commence donc par une présentation des modèles de fuites en sections 4.1, 4.2 et 4.3, en suivant la démarche de la section 4.3 « The neutron leakage model » de [Hébert (2009a)]. La section 4.4 présente la méthode employée pour tester les deux hypothèses citées plus haut. Enfin, la section 4.5 présente les résultats de la validation des hypothèses faites par la méthode SPM pour la condensation.

#### 4.1 Les modèles de fuites $B_n$

Dans un calcul de réseau, on cherche à déterminer flux et taux de réaction d'une cellule ou d'un assemblage sans connaître précisément son environnement. Toutefois, on peut toujours supposer que l'assemblage est critique i.e.  $k_{\text{eff}} = 1$ . Sans plus d'informations, on est donc conduit à supposer que l'assemblage est entouré d'assemblages identiques et à ajuster le taux de fuites dans chaque groupe  $g$  de manière à imposer  $k_{\text{eff}} = 1$ . La stratégie suivante est adoptée :

1. Le calcul de flux est réalisé en conditions *fermées* : on impose des conditions périodiques ou de réflexion aux frontières.
2. On introduit l'approximation du *mode fondamental* : on représente le flux comme

le produit d'une distribution macroscopique en espace  $\psi(\mathbf{r})$  par un flux fondamental  $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$  homogène ou périodique. Ainsi, le flux s'écrit :

$$\phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \psi(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) \quad (4.5)$$

3. La distribution macroscopique  $\psi(\mathbf{r})$  est supposée être une propriété du réacteur complet et donc solution de l'équation de Laplace :

$$\nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + B^2 \psi(\mathbf{r}) = 0 \quad (4.6)$$

où le laplacien  $B^2$  est un nombre réel utilisé pour ajuster la courbure de  $\psi(\mathbf{r})$  de manière à obtenir  $k_{\text{eff}} = 1$ . Le laplacien est positif ou négatif selon que le réseau est à l'origine sur-critique ou sous-critique. La courbure ainsi obtenue doit être similaire à celle observée pour le flux du réacteur complet. Puisque l'on ne connaît pas la géométrie précise du réacteur au niveau du calcul de réseau, on utilise la solution générique suivante de l'équation (4.6) :

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0 e^{i\mathbf{B} \cdot \mathbf{r}} \quad (4.7)$$

où le vecteur  $\mathbf{B}$  est tel que  $B^2 = \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}$ . Ainsi, le flux prend pour forme :

$$\phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) e^{i\mathbf{B} \cdot \mathbf{r}} \quad (4.8)$$

où  $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$  est une quantité complexe.

Il existe des variantes homogène et hétérogène de la théorie du mode fondamental, selon que le flux fondamental  $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$  est supposé homogène ou périodique.

## 4.2 Le mode fondamental homogène

### 4.2.1 Les équations $B_1$ homogène

Ce modèle suppose que les taux de fuites peuvent être calculés sur une cellule ou un assemblage complètement homogénéisés en espace. Il s'agit donc de calculer la courbure de la distribution macroscopique de flux dans la cellule homogénéisée. La factorisation (4.8) se réécrit alors :

$$\phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \varphi(E, \mathbf{\Omega}) e^{i\mathbf{B} \cdot \mathbf{r}} \quad (4.9)$$

où l'on note la non-dépendance en espace de  $\varphi(E, \mathbf{\Omega})$ . En substituant la factorisation (4.9) dans l'équation de transport pour un milieu fini homogène, on obtient :

$$[\Sigma(E) + i\mathbf{B} \cdot \mathbf{\Omega}] \varphi(E, \mathbf{\Omega}) = \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d^2\Omega' \Sigma_s(E \leftarrow E', \mathbf{\Omega} \leftarrow \mathbf{\Omega}') \varphi(E', \mathbf{\Omega}') + \frac{1}{4\pi k_{\text{eff}}} \chi(E) \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(E') \varphi(E') \quad (4.10)$$

On réalise ensuite une expansion à l'ordre 1 de la section de diffusion différentielle pour obtenir l'équation de transport du modèle  $B_1$  homogène :

$$[\Sigma(E) + i\mathbf{B} \cdot \mathbf{\Omega}] \varphi(E, \mathbf{\Omega}) = \int_0^\infty dE' \left\{ \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0}(E \leftarrow E') \varphi(E') + \frac{3}{4\pi} \Sigma_{s1}(E \leftarrow E') \mathcal{J}(E') \cdot \mathbf{\Omega} \right\} + \frac{1}{4\pi k_{\text{eff}}} \chi(E) \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(E') \varphi(E') \quad (4.11)$$

où le *courant fondamental* s'écrit en fonction du flux angulaire fondamental :

$$\mathcal{J}(E) = \int_{4\pi} d^2\Omega \mathbf{\Omega} \varphi(E, \mathbf{\Omega}) \quad (4.12)$$

L'équation (4.11) est ensuite pondérée et intégrée sur  $\mathbf{\Omega}$  de deux manières différentes de manière à obtenir deux équations couplées :

1. Une intégration simple, sans pondération, conduit à la première équation  $B_1$  homogène :

$$\Sigma(E) \varphi(E) + iB \mathcal{J}(E) = \int_0^\infty dE' \Sigma_{s0}(E \leftarrow E') \varphi(E') + \frac{1}{k_{\text{eff}}} \chi(E) \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(E') \varphi(E') \quad (4.13)$$

où l'on a écrit :

$$\mathcal{J}(E) = \frac{1}{B} [\mathbf{B} \cdot \mathcal{J}(E)] \quad (4.14)$$

2. Le choix du facteur de pondération  $\omega(\mathbf{\Omega})$  pour la deuxième équation est dicté par le membre de gauche de l'équation (4.11) :

$$\omega(\mathbf{\Omega}) = \frac{1}{\Sigma(E) + i\mathbf{B} \cdot \mathbf{\Omega}} \quad (4.15)$$

Après multiplication par  $\omega(\mathbf{\Omega})$ , intégration sur  $\mathbf{\Omega}$  et quelques simplifications, on obtient la deuxième équation  $B_1$  homogène :

$$\Sigma(E) \frac{i\mathcal{J}(E)}{B} = \frac{1}{\gamma[B, \Sigma(E)]} \left\{ \frac{1}{3} \varphi(E) + \int_0^\infty dE' \Sigma_{s1}(E \leftarrow E') \frac{i\mathcal{J}(E')}{B} \right\} \quad (4.16)$$

où

$$\gamma(B, \Sigma) = \frac{B^2}{3\Sigma} \frac{\alpha(B, \Sigma)}{1 - \alpha(B, \Sigma)\Sigma} \quad (4.17)$$

La fonction  $\alpha(B, \Sigma)$  est définie par :

$$\alpha(B, \Sigma) = \begin{cases} \frac{1}{B} \text{Arctan} \frac{B}{\Sigma} & \text{si } B^2 > 0 \\ \frac{1}{\Sigma} - \frac{B^2}{3\Sigma^3} + \frac{B^4}{5\Sigma^5} - \frac{B^6}{7\Sigma^7} + \dots & \text{si } B^2 \simeq 0 \\ \frac{1}{2 \text{Im}(B)} \ln \frac{\Sigma + \text{Im}(B)}{\Sigma - \text{Im}(B)} & \text{si } B^2 < 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Les équations (4.13) et (4.16) sont les deux équations  $B_1$  couplées. Le flux fondamental  $\varphi(E)$  est toujours réel et le courant fondamental  $\mathcal{J}(E)$  est soit imaginaire pur soit réel, selon que le milieu homogène est sur- ou sous-critique. Toutefois, la quantité  $i\mathcal{J}(E)/B$  est toujours réelle et reste finie quand le laplacien est proche de 0.

La discrétisation multigroupe des équations (4.13) et (4.16) s'écrit :

$$\Sigma_0^g \varphi_g + iB \mathcal{J}_g = \sum_{h=1}^G \Sigma_{s0, g \leftarrow h} \varphi_h + \frac{1}{k_{\text{eff}}} \chi_g \sum_{h=0}^G \nu \Sigma_f^h \varphi_h \quad (4.19)$$

$$\Sigma_1^g \frac{i\mathcal{J}_g}{B} = \frac{1}{\gamma(B, \Sigma_g)} \left\{ \frac{1}{3} \varphi_g + \sum_{h=0}^G \Sigma_{s1, g \leftarrow h} \frac{i\mathcal{J}_h}{B} \right\} \quad (4.20)$$

On a fait ici l'hypothèse que le maillage énergétique est assez fin pour pouvoir écrire :

$$\langle \gamma(B, \Sigma) \rangle_g \simeq \gamma(B, \Sigma_g) \quad (4.21)$$

On voit apparaître ici la difficulté citée en introduction de ce chapitre. En effet, pour conserver les taux de réaction lors de la condensation, il est nécessaire :

- de condenser la section totale par le courant fondamental dans l'équation (4.16)
- de condenser également la section de diffusion d'ordre 1 par le courant fondamental dans l'équation (4.16)

Les équations (4.19) et (4.20) forment un système linéaire dont la résolution ne pose pas

de difficultés. Elles permettent de déterminer le *laplacien critique* i.e. la valeur de  $B^2$  pour laquelle  $k_{\text{eff}} = 1$ . Une fois le laplacien critique déterminé, les taux de fuites doivent être introduits dans le calcul hétérogène. Il est utile pour cela de définir le coefficient de fuites de la manière suivante :

$$d(B, E) = \frac{1}{B} \frac{i\mathcal{J}(E)}{\varphi(E)} \quad (4.22)$$

Le coefficient  $d(B, E)$  est utilisé pour effectuer un changement de variable dans les équations  $B_1$  homogène :

$$\begin{aligned} [\Sigma(E) + d(B, E)B^2]\varphi(E) = & \int_0^\infty dE' \Sigma_{s0}(E \leftarrow E') \varphi(E') \\ & + \frac{1}{k_{\text{eff}}} \chi(E) \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(E') \varphi(E') \end{aligned} \quad (4.23)$$

et

$$d(B, E) = \frac{1}{3\Sigma(E)\gamma[B, \Sigma(E)]} \left\{ 1 + 3 \int_0^\infty dE' \Sigma_{s1}(E \leftarrow E') d(B, E') \frac{\varphi(E')}{\varphi(E)} \right\} \quad (4.24)$$

On constate que le taux de fuite apparaît alors naturellement comme  $d(B, E)B^2\varphi(E)$ , c'est-à-dire comme un terme d'absorption supplémentaire.

#### 4.2.2 Introduction des taux de fuites dans le calcul de réseau

On rappelle ici l'équation de transport multigroupe :

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \phi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma_g(\mathbf{r}) \phi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = Q_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \quad (4.25)$$

Cette équation peut être réécrite sous une forme adaptée à une résolution par un algorithme de point fixe :

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma_g(\mathbf{r}) \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) - \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0}^{gg}(\mathbf{r}) \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}) = Q_g^{\diamond(k)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \quad (4.26)$$

où  $k$  est l'indice de l'itération de puissance. La source réduite est définie par :

$$Q_g^{\diamond(k)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = Q_g^{(k)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) - \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0}^{gg}(\mathbf{r}) \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}) \quad (4.27)$$

Les taux de fuites multigroupes  $d_g(B)B^2$  obtenus par le calcul homogène peuvent être introduits de différentes manières dans l'équation (4.26). Toutefois, on évite dans tous les cas de modifier la section efficace totale, ce qui obligerait à recalculer les probabilités de collision dans le cadre de la méthode des  $P_{ij}$  :

1. Méthode SIGS : le terme  $d_g(B)B^2$  est soustrait à la section efficace de diffusion du groupe dans lui-même. L'équation (4.26) est alors remplacée par :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma_g(\mathbf{r}) \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) - \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0}^{gg}(\mathbf{r}) \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}) \\ = Q_g^{\diamond(k)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) - \frac{1}{4\pi} d_g^{(k)}(B) (B^{(k)})^2 \phi_g^{(k)}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (4.28)$$

Cette méthode est la méthode employée par défaut dans le code APOLLO2.

2. Méthode PNL : chaque élément de la source  $Q_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$  est multiplié par une probabilité de non-fuite  $P_{\text{NL},g}$  définie par :

$$P_{\text{NL},g} = \frac{\bar{\Sigma}_0^g}{\bar{\Sigma}_0^g + d_g(B)B^2} \quad (4.29)$$

où  $\bar{\Sigma}_0^g$  désigne la section totale moyenne dans le groupe  $g$ .

L'équation (4.26) est alors remplacée par :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma_g(\mathbf{r}) \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) - \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0}^{gg}(\mathbf{r}) \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}) \\ = P_{\text{NL},g}^{(k)} Q_g^{\diamond(k)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) - \frac{1}{4\pi} (1 - P_{\text{NL},g}^{(k)}) \Sigma_{s0}^{gg}(\mathbf{r}) \phi_g^{(k)}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (4.30)$$

3. Méthode PNLR : chaque élément de la source réduite  $Q_g^{\diamond}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$  est multiplié par une probabilité de non-fuite  $P_{\text{NLR},g}$  définie par :

$$P_{\text{NLR},g} = \frac{\bar{\Sigma}_0^g - \bar{\Sigma}_{s0}^{gg}}{\bar{\Sigma}_0^g - \bar{\Sigma}_{s0}^{gg} + d_g(B)B^2} \quad (4.31)$$

où  $\bar{\Sigma}_{s0}^{gg}$  désigne la section de diffusion moyenne du groupe  $g$  dans lui-même.

L'équation (4.26) est alors remplacée par :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma_g(\mathbf{r}) \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) - \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s0}^{gg}(\mathbf{r}) \phi_g^{(k+1)}(\mathbf{r}) \\ = P_{\text{NLR},g}^{(k)} Q_g^{(k)}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Ainsi, la combinaison de calculs  $B_1$  homogènes avec des calculs hétérogènes avec introduction de taux de fuites permet d'obtenir le laplacien critique pour l'assemblage étudié et donc de réaliser une condensation des sections efficaces tenant compte de l'environnement. L'algorithme permettant d'aboutir au laplacien critique est détaillé en figure 4.1.

### 4.3 Le mode fondamental hétérogène

Le mode fondamental hétérogène, c'est-à-dire où le flux fondamental  $\varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})$  dépend des coordonnées spatiales, a été développé à l'origine dans le code ECCO. Son utilisation est recommandée pour rendre compte des effets de l'anisotropie de la diffusion sur les taux de fuites *et* des effets de streaming isotrope rencontrés par exemple dans le cas d'un assemblage MOX entouré d'assemblages UOX. Les équations du mode fondamental hétérogène sont obtenues par une approche heuristique : on impose une dépendance spatiale du flux et du courant dans les équations (4.13) et (4.16). On obtient alors

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma(\mathbf{r}, E) \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} [Q(\mathbf{r}, E) - iB\mathcal{J}(\mathbf{r}, E)] \quad (4.33)$$

et

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \frac{i\mathcal{J}(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})}{B} + \Sigma(\mathbf{r}, E) \frac{i\mathcal{J}(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})}{B} \\ = \frac{1}{4\pi\gamma[B, \bar{\Sigma}_0(E)]} \left\{ \frac{1}{3} \varphi(\mathbf{r}, E) + \int_0^\infty dE' \Sigma_{s1}(\mathbf{r}, E \leftarrow E') \frac{i\mathcal{J}(\mathbf{r}, E')}{B} \right\} \end{aligned} \quad (4.34)$$

La discrétisation multigroupe des équations (4.33) et (4.34) conduit à

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \varphi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma_0^g(\mathbf{r}) \varphi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} [Q_g(\mathbf{r}) - iB\mathcal{J}_g(\mathbf{r})] \quad (4.35)$$

et

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \frac{i\mathcal{J}_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})}{B} + \Sigma_1^g(\mathbf{r}) \frac{i\mathcal{J}_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})}{B} \\ = \frac{1}{4\pi\gamma(B, \bar{\Sigma}_0^g)} \left\{ \frac{1}{3} \varphi_g(\mathbf{r}) + \sum_{h=1}^G \Sigma_{s1,g \leftarrow h}(\mathbf{r}) \frac{i\mathcal{J}_h(\mathbf{r})}{B} \right\} \end{aligned} \quad (4.36)$$



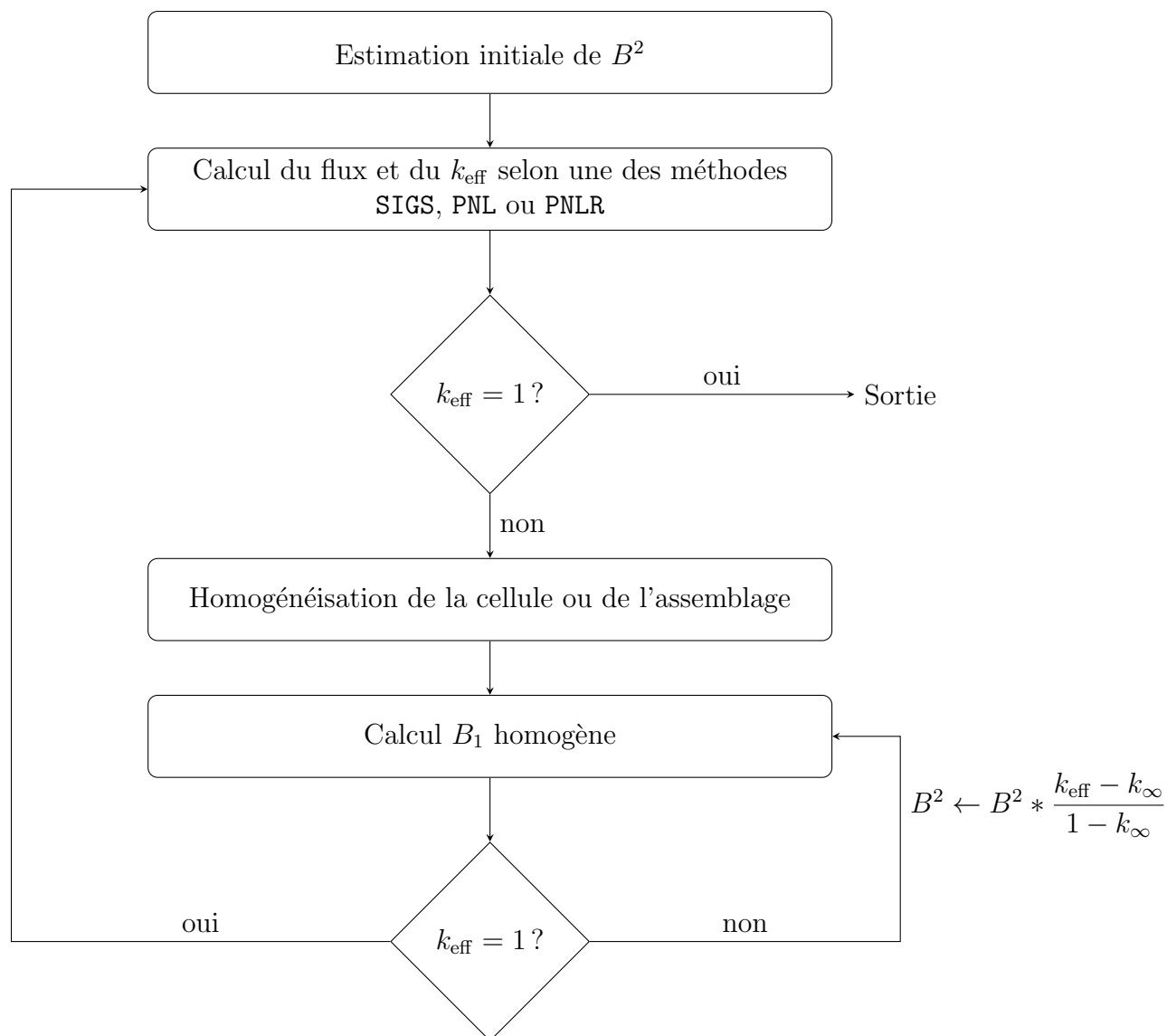


Figure 4.1 Schéma itératif d'obtention du laplacien critique

A nouveau, on constate qu'il est nécessaire :

- de condenser la section totale par le courant fondamental dans l'équation (4.34)
- de condenser également la section de diffusion d'ordre 1 par le courant fondamental dans l'équation (4.34).

Les équations (4.35) et (4.36) peuvent être écrites sous une forme compatible avec la méthode des probabilités de collision :

$$\varphi_{i,g} = \sum_{j=1}^{N^{\text{régions}}} (-B\mathcal{J}_{j,g} + Q_{j,g}) p_{ij}(\Sigma_0^g) \quad (4.37)$$

et

$$\mathcal{J}_{i,g} = \frac{1}{\gamma(B, \Sigma_0^g)} \sum_{j=1}^{N^{\text{régions}}} \left( \frac{B}{3} \varphi_{j,g} + \sum_h \Sigma_{s1,g \leftarrow h} \mathcal{J}_{j,h} \right) p_{ij}(\Sigma_1^g) \quad (4.38)$$

#### 4.4 La méthode de validation de la condensation de $\Sigma_{\text{tot}}$ et $\Sigma_{s1}$

On constate que pour préserver le bilan lors de la condensation multigroupe des équations (4.16) du mode fondamental homogène et (4.34) du mode fondamental hétérogène, il est théoriquement nécessaire de condenser la section totale par le courant fondamental  $\mathcal{J}$ . C'est pourquoi les équations multigroupes (4.20) et (4.36) font apparaître une section totale « ordre 1 »  $\Sigma_1^g$ . De la même façon, l'ordre 1 de la section de diffusion différentielle  $\Sigma_{s1}$  doit aussi être condensée par le courant fondamental.

En pratique, la structure des codes DRAGON et APOLLO2 ne permet pas la condensation des sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_{s1}$  par le courant fondamental. Puisque calcul d'autoprotection et calcul de flux sont menés indépendamment, le courant fondamental n'est pas disponible pour la condensation. Dans ces deux codes, seul le flux scalaire est utilisé pour la condensation. On ne dispose donc pas de section totale « ordre 1 » pour le calcul avec fuites, ce qui impose de faire l'hypothèse

$$\Sigma_1^g(\mathbf{r}) = \Sigma_0^g(\mathbf{r}) \quad (4.39)$$

Quant à la section  $\sigma_{s1}$ , on lui applique le facteur d'autoprotection obtenu pour l'ordre 0 :

$$\tilde{\sigma}_{s1}^g(\mathbf{r}) = \frac{\tilde{\sigma}_{s0}^g(\mathbf{r})}{\sigma_{s0}^g(\mathbf{r})} \sigma_{s1}^g(\mathbf{r}) \quad (4.40)$$

Dans ECCO en revanche, le problème de la condensation des sections  $\Sigma_{\text{tot}}$  et  $\Sigma_{s1}$  est traité explicitement. On définit :

$$\Sigma_1^g(\mathbf{r}) = \frac{\int_{u_g}^{u_{g-1}} du \Sigma(\mathbf{r}, u) \mathcal{J}(\mathbf{r}, u)}{\int_{u_g}^{u_{g-1}} du \mathcal{J}(\mathbf{r}, u)} \quad (4.41)$$

et

$$\Sigma_{s1}^g(\mathbf{r}) = \frac{\int_{u_g}^{u_{g-1}} du \Sigma_{s1}(\mathbf{r}, u) \mathcal{J}(\mathbf{r}, u)}{\int_{u_g}^{u_{g-1}} du \mathcal{J}(\mathbf{r}, u)} \quad (4.42)$$

En pratique, les sections efficaces dans ECCO sont autoprotégées dans le cadre de l'hypothèse de décorrélation des sources, qui permet d'aboutir à l'équation (2.30). On cherche donc à se ramener à une équation semblable pour les sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_{s1}$ . Pour cela, on utilise une expression « inconsistante » du courant :

$$\mathcal{J}_{i,g} = \frac{|B|}{3} \sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} \varphi_{j,g} p_{ij}(\Sigma_0^g), \quad (4.43)$$

L'équation (2.30) appliquée aux sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_{s1}$  s'écrit alors :

$$\tilde{\sigma}_i^g = \frac{\sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} Q_{g,j} \sum_{k=1}^K \omega_k \sigma_k \sum_{\ell=1}^{N_{\text{régions}}} p_{i\ell}(\Sigma_{\text{tot},k}) p_{\ell j}(\Sigma_{\text{tot},k})}{\sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} Q_{g,j} \sum_{k=1}^K \omega_k \sum_{\ell=1}^{N_{\text{régions}}} p_{i\ell}(\Sigma_{\text{tot},k}) p_{\ell j}(\Sigma_{\text{tot},k})} \quad (4.44)$$

Les termes croisés  $\sum_{\ell} p_{i\ell} p_{\ell j}$  peuvent être approchés par  $p_{ij}^2$ . On peut alors réécrire l'équation (4.44) pour obtenir l'équation standard d'ECCO pour l'autoprotection de la section de diffusion élastique d'ordre 1 et la section totale « ordre 1 » :

$$\tilde{\sigma}_i^g = \frac{\sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} Q_{g,j} \sum_{k=1}^K \omega_k \sigma_k p_{ij}^2(\Sigma_{\text{tot},k})}{\sum_{j=1}^{N_{\text{régions}}} Q_{g,j} \sum_{k=1}^K \omega_k p_{ij}^2(\Sigma_{\text{tot},k})} \quad (4.45)$$

Ainsi, pour évaluer l'erreur commise lorsque l'on condense systématiquement par le flux scalaire dans le cadre de la méthode SPM, on utilise le code ECCO, qui offre la possibilité d'utiliser au choix le flux fondamental ou le courant fondamental. On se place dans le cadre du mode fondamental hétérogène, imposé par l'utilisation d'ECCO, mais les résultats sont généralisables au mode fondamental homogène. Les calculs sont effectués avec des valeurs imposées critiques et sur-critiques du laplacien  $B^2$ . On s'est intéressé à un cas REP à combustible UOX et à un cas RNR-Na.

## 4.5 Les résultats

Les caractéristiques des benchmarks choisis sont les suivantes :

- cellule cylindrique RNR-Na, combustible MOX à 20% de Pu, gaine acier, température uniforme de 773.6K
- cellule cylindrique REP, combustible UOX, gaine zirconium, température uniforme de 293.6K

Les calculs sont réalisés à la fois sur le maillage ECCO à 1968 groupes et sur le maillage SHEM361.

### 4.5.1 Condensation de la section $\Sigma_{s1}$

Il n'existe pas d'option dans le code ECCO permettant d'imposer une condensation par le flux fondamental de la section  $\Sigma_{s1}$  uniquement. Il a donc fallu modifier le module d'auto-protection **SMSELF** de manière à remplacer l'équation (4.44) par l'équation (2.30) pour le calcul de  $\tilde{\sigma}_{s1}$  et recompiler ECCO. On note  $\Sigma_{s1}^{\mathcal{J}}$  l'ordre 1 de la section de diffusion multigroupe condensée par le courant fondamental et  $\Sigma_{s1}^{\varphi}$  l'ordre 1 de la section de diffusion multigroupe condensée par le flux fondamental. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau 4.1.

Tableau 4.1 Écarts introduits par la condensation de la section  $\Sigma_{s1}$  par le flux fondamental

	1968 groupes		361 groupes	
	$k_{\text{eff}}(\Sigma_{s1}^{\mathcal{J}})$	$k_{\text{eff}}(\Sigma_{s1}^{\varphi}) (\Delta k_{\text{eff}})$	$k_{\text{eff}}(\Sigma_{s1}^{\mathcal{J}})$	$k_{\text{eff}}(\Sigma_{s1}^{\varphi}) (\Delta k_{\text{eff}})$
<b>RNR-Na</b>				
$B^2 = 2.1 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.00670	1.00657 (-13)	1.00896	1.00862 (-34)
$B^2 = 1.5 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.08683	1.08573 (-10)	1.08905	1.08878 (-27)
$B^2 = 1.0 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.16233	1.16225 (-8)	1.16450	1.16429 (-21)
<b>REP combustible UOX</b>				
$B^2 = 9.2 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.00543	1.00542 (-1)	1.00690	1.00671 (-19)
$B^2 = 6.0 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.11907	1.11907 (0)	1.12095	1.12080 (-15)
$B^2 = 3.0 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.24265	1.24265 (0)	1.24503	1.24494 (-9)

Le tableau 4.1 suscite un certain nombre de commentaires :

- l'écart entre les calculs  $\Sigma_{s1}^{\mathcal{J}}$  et  $\Sigma_{s1}^{\varphi}$  est d'autant plus important que le laplacien augmente. En effet, c'est par l'intermédiaire de  $B^2$  que les deux équations du mode fondamental hétérogène sont couplées : plus  $B^2$  est grand, plus l'équation (4.36) « impacte » le calcul du flux fondamental de l'équation (4.35).
- l'effet est nettement plus important avec le maillage SHEM361 que avec le maillage ECCO à 1968 groupes : plus les groupes sont larges, plus le choix de la fonction de

pondération utilisée pour la condensation est important.

- l'écart entre les calculs  $\Sigma_{s1}^{\mathcal{J}}$  et  $\Sigma_{s1}^{\varphi}$  reste très limité, de l'ordre de quelques dizaines de pcm au maximum pour le cas quasi-critique avec le maillage SHEM361. Cet écart serait encore probablement diminué pour le cas RNR-Na avec l'utilisation d'un maillage « SHEM-RNR » mieux adapté au calcul de spectres rapides.

**La condensation de la section  $\Sigma_{s1}$  par le flux fondamental ne génère pas d'erreur significative.**

#### 4.5.2 Condensation de la section $\Sigma_{\text{tot}}$

Le code ECCO dispose d'une option **TRANSPORT** permettant d'imposer au choix une condensation par le flux fondamental ou par le courant fondamental pour les sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_{s1}$  :

- le mot-clé **CROSS** fait référence aux termes croisés  $\sum_{\ell} p_{i\ell} p_{\ell j}$  de l'équation (4.44) et impose donc une condensation par le courant fondamental de  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_{s1}$ . Dans la suite,  $k_{\text{eff}}^{\text{CROSS}}$  représente le facteur de multiplication effectif calculé dans ces conditions.
- le mot-clé **LINEAR** fait référence au remplacement de  $\sum_{\ell} p_{i\ell} p_{\ell j}$  par la probabilité de collision  $p_{ij}$  et impose donc une condensation par le flux fondamental de  $\Sigma_1$  (qui est alors égale à la section totale usuelle  $\Sigma_0$ ) et  $\Sigma_{s1}$ . Dans la suite,  $k_{\text{eff}}^{\text{LINEAR}}$  représente le facteur de multiplication effectif calculé dans ces conditions.

Puisque la section 4.5.1 a montré que condenser la section  $\Sigma_{s1}$  par le flux ou le courant fondamental donne des résultats équivalents, l'option **TRANSPORT** permet de tester l'impact de la condensation de la section totale. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau 4.2.

Tableau 4.2 Écarts introduits par la condensation des sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_{s1}$  par le flux fondamental

	1968 groupes		361 groupes	
	$k_{\text{eff}}^{\text{CROSS}}$	$k_{\text{eff}}^{\text{LINEAR}} (\Delta k_{\text{eff}})$	$k_{\text{eff}}^{\text{CROSS}}$	$k_{\text{eff}}^{\text{LINEAR}} (\Delta k_{\text{eff}})$
<b>RNR-Na</b>				
$B^2 = 2.1 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.00670	1.00771 (+101)	1.00896	1.01150 (+254)
$B^2 = 1.5 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.08683	1.08767 (+84)	1.08905	1.09114 (+209)
$B^2 = 1.0 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.16233	1.16297 (+66)	1.16450	1.16607 (+157)
<b>REP combustible UOX</b>				
$B^2 = 9.2 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.00543	1.00642 (+99)	1.00690	1.00870 (+180)
$B^2 = 6.0 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.11907	1.11992 (+85)	1.12095	1.12239 (+144)
$B^2 = 3.0 * 10^{-3} \text{ cm}^{-2}$	1.24265	1.24333 (+68)	1.24503	1.24599 (+96)

On constate que l'écart entre les calculs CROSS et LINEAR dépasse 250 pcm pour une valeur quasi-critique du laplacien pour la cellule RNR-Na, à 361 groupes. **Il apparaît donc clairement que la problématique de condensation de la section totale dans le cadre d'un modèle de fuites ne peut être éludée.**

#### 4.5.3 Les développements possibles

La mise en œuvre de correctifs à la condensation de la section totale dépasse le cadre de ce projet. Toutefois, certaines pistes peuvent être proposées :

1. Une première possibilité est de conserver strictement la structure et le formalisme du calcul et de ne modifier que l'étape de condensation. L'équation de structure fine (2.7) ne doit plus être résolue avec la méthode des probabilités de collision mais avec une méthode permettant d'obtenir le flux angulaire  $\varphi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ , typiquement la méthode des caractéristiques ou la méthode des ordonnées discrètes [Hébert (2009a)]. Il est alors possible de déterminer le courant par

$$\mathcal{J}(E) = \int_{4\pi} d^2\Omega \mathbf{\Omega} \varphi(E, \mathbf{\Omega}) \quad (4.46)$$

et d'utiliser ce courant pour la condensation des sections  $\Sigma_{s1}$  et  $\Sigma_1$  utilisées dans le calcul de flux. Cette méthode présente l'avantage de limiter au maximum les modifications apportées au schéma actuel et de conserver l'indépendance du calcul d'autoprotection et du calcul de flux. Toutefois, la condensation par le courant donné par l'équation (4.46) peut poser des problèmes de stabilité numérique lorsque le flux est proche de l'isotropie,  $\mathcal{J}(E)$  devenant alors nul. Il serait donc indispensable de remplacer la condensation par le courant par la condensation par le flux lorsque le courant est trop petit.

2. Une deuxième possibilité consisterait à conserver au contraire la méthode des probabilités de collision pour l'autoprotection et à utiliser les formules en produits croisés de l'équation (4.44) pour la condensation des sections  $\Sigma_{s1}$  et  $\Sigma_1$ . L'inconvénient de cette solution réside dans l'impossibilité d'utiliser une autre méthode que les  $P_{ij}$  pour l'autoprotection.

## CHAPITRE 5

### CONCLUSION

Ce projet a pour objet la validation de la méthode SPM mise en œuvre dans le code DRAGON. Deux aspects de la méthode ont été étudiés : la validité de l'approximation de Livolant-Jeanpierre en fonction du type de spectre et la condensation des sections totale et de diffusion anisotrope.

La première étude a conclu à la validité de l'approximation de Livolant-Jeanpierre quel que soit le type de spectre. Le formalisme de la méthode SPM, qui consiste à résoudre l'équation de structure fine, peut donc être conservé, notamment pour l'étude de réacteurs à neutrons rapides. Cette étude a aussi fourni des résultats intermédiaires d'intérêt :

- l'intégration du calcul d'autoprotection au calcul de flux, c'est-à-dire la reprise du calcul d'autoprotection à chaque itération de puissance avec des sources actualisées, semble ne pas apporter de gain de précision. Ce résultat devrait permettre d'alléger le schéma de calcul ECCO et donc des gains significatifs en termes de temps de calcul.
- l'autoprotection de la matrice de transfert permet des gains de précision considérables. Ces gains ne sont pas observés uniquement lorsque le ralentissement est résonnant (gaine acier, caloporteur sodium) mais également pour des cellules REP ou REB, où le traitement des résonances de diffusion de l'uranium 238 est amélioré.

La deuxième étude a permis de conclure quant à la validité de la condensation systématique des sections efficaces par le flux scalaire de la méthode SPM :

- la section  $\Sigma_{s1}$  peut être condensée indifféremment par le flux ou le courant fondamental du modèles de fuites : l'impact est très faible.
- la section totale doit absolument être présente sous des formes différentes dans les deux équations du modèle de fuites  $B_1$  : une section  $\Sigma_0^g$  condensée par le flux fondamental et une section  $\Sigma_1^g$  condensée par le courant fondamental. L'utilisation d'une section totale uniquement condensée par le flux scalaire génère des écarts importants.

Ce projet met en évidence la nécessité de développements ultérieurs :

- l'optimisation du maillage SHEM doit être poursuivie pour permettre l'étude de spectres durs et rapides.
- une méthode de condensation nouvelle doit être mise en œuvre dans le module USS : de DRAGON pour permettre l'utilisation d'une section totale ordre 1 dans le cadre de

modèles de fuites. Plusieurs pistes ont été proposées. Les problématiques étudiées se rencontrent aussi à l'issue du calcul de flux, lors de la condensation des sections efficaces sur des macrogroupes, à laquelle les conclusions relatives au calcul d'autoprotection sont généralisables.



## RÉFÉRENCES

- BOTH, J. P. et PENELIAU, Y. (1996). The Monte Carlo Code TRIPOLI-4 and its First Benchmark Interpretations. *Proc. Int. Conf. on the Physics of Reactors (PHYSOR96)*.
- BRIESMEISTER, J. F. (1997). MCNP-A General Monte Carlo N-Particle Transport Code. Rapport technique, LA-12625-M, Version 4B.
- COSTE-DELCLAUX, M. (2006). *Modélisation du Phénomène d'Autoprotection dans le Code de Transport Multigroupe APOLLO2*. Thèse de doctorat, Commissariat à l'Energie Atomique.
- CURCA-TIVIG, F., MERK, S., PAUTZ, A. et THAREAU, S. (2007). ARCADIA® - A new generation of coupled neutronics / core thermal-hydraulics code system at AREVA NP. *Proc. Int. Conf. LWR Fuel Performance Meeting*. San Francisco, CA, USA.
- GRANDOTTO-BIETTOLI, M. (1977). AUTOSECOL, un calcul automatique de l'auto-protection des résonances des isotopes lourds, Note CEA-N-1961. Rapport technique, Commissariat à l'Energie Atomique, France.
- GRIMSTONE, M., TULLET, J. et RIMPAULT, G. (1990). Accurate Treatments of Fast Reactor Fuel Assembly Heterogeneity in the ECCO Cell Code. *Proc. Int. Conf. on the Physics of Fuel Cycles and Advanced Nuclear Systems (PHYSOR1990)*. Marseille, France.
- HÉBERT, A. (2005). The Ribon Extended Self-Shielding Model. *Nuclear Science and Engineering*, vol. 151, pp. 1–24.
- HÉBERT, A. (2009a). *Applied Reactor Physics*. Presses internationales Polytechnique.
- HÉBERT, A. (2009b). Development of the Subgroup Projection Method for Resonance Self-Shielding Calculations. *Nuclear Science and Engineering*, vol. 162, pp. 56–75.
- HÉBERT, A. et COSTE, M. (2002). Computing Moment-Based Probability Tables for Self-Shielding Calculations in Lattice Codes. *Nuclear Science and Engineering*, vol. 142, pp. 245–257.
- HÉBERT, A. et KARTHIKEYAN, R. (2005). Interfacing NJOY with Advanced Lattice Codes. *Workshop on NJOY-2005 and User Group Meeting*. Issy-les-Moulineaux, France.
- HÉBERT, A. et SANTAMARINA, A. (2008). Refinement of the Santamarina-Hfaiedh Energy Mesh Between 22.5 eV and 11.4 keV. *Proc. Int. Conf. on the Physics of Reactors (PHYSOR08)*. Interlaken, Switzerland.
- HFAIEDH, N. (2006). *Nouvelle Méthodologie de Calcul de l'Absorption Résonnante*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur Strasbourg I.

- JEANPIERRE, F. et LIVOLANT, M. (1974). Rapport CEA. Rapport technique, CEA-R-4533.
- LEPPÄNEN, J. (2007). *Development of a New Monte Carlo Reactor Physics Code*. Thèse de doctorat, Helsinki University of Technology.
- MACFARLANE, R. E. et BOICOURT, R. M. (1975). NJOY, A neutron and Photon Processing System. *Tans. Am. Nucl. Soc.*, vol. 22, p. 720.
- MACFARLANE, R. E. et KAHLER, A. C. (2010). Methods for Processing ENDF/B-VII with NJOY. *Nuclear Data Sheets*, vol. 111, p. 2739.
- MARLEAU, G., A.HÉBERT et ROY, R. (1992). New Computational Methods used in the Lattice Code Dragon. *Proc. Int. Topl. Mtg. on Advances in Reactor Physics*. Charleston, USA.
- MCLANE, V. (2001). Data Formats and Procedures for the Evaluated Nuclear Data File, ENDF-6, Brookhaven National Laboratory report BNL-NCS-44945 01/04-Rev. and ENDF-102. Rapport technique, Brookhaven National Laboratory.
- MOSCA, P. (2009). *Conception et développement d'un mailleur énergétique adaptatif pour la génération des bibliothèques multigroupes des codes de transport*. Thèse de doctorat, Université Paris-Sud XI.
- NOGUERE, G. et SUBLET, J.-C. (2008). A nuclear data oriented interface code for processing applications. *Annals of Nuclear Energy*, vol. 35, pp. 2259–2269.
- REUSS, P. (2003). *Précis de neutronique*. EDP Sciences.
- RIBON, P. (1989). Statistical Probability Tables. CALENDF Program. *Proceedings of the Seminar on NJOY and THEMIS*. OECD/NEA Data Bank (1989), Saclay, France, pp.220–232.
- RIBON, P. (1995). Calendf et les programmes associés. Rapport technique, SERMA/LENR 1647 - DMT/94-332.
- RIMPAULT, G. (1997). Eranos : manuel des méthodes. le code de cellule ecco. Rapport technique, CEA/DEN/DER/SPRC/LEPh.
- ROWLANDS, J. *ET AL.* (1999). LWR Pin Cell Benchmark Intercomparisons. An Intercomparison study organized by the JEF Project, with contributions by Britain, France, Germany, The Netherlands, Slovenia and the USA. Rapport technique, OECD/NEA Data Bank 1999.
- ROWLANDS, J. L. (1988). Cross Section Processing for Fast Reactors. *Proc. Int. Conf. on the Physics of Reactors (PHYSOR88)*. Jackson Hole, Wyoming, USA.

- ROY, R. et HÉBERT, A. (2000). The GAN generalized driver, Report IGE-158. Rapport technique, Institut de Génie Nucléaire, Ecole Polytechnique de Montréal.
- SANCHEZ, R., MONDOT, J., STANKOVSKI, Z., COSSIC, A. et ZMIJAREVIC, I. (1987). APOLLO2 : A User Oriented Portable, Modular Code for Multigroup Assembly Calculations. *ANS International. Topical Meeting on Advances in Reactor Physics, Mathematics and Computations*. Paris, France.
- SANCHEZ, R., ZMIJAREVIC, I., COSTE-DELCLAUX, M., MASIELLO, E., SANTANDREA, S., MARTINOLLI, E., VILLATE, L., SCHWARTZ, N. et GULER, N. (2010). APOLLO2 Year 2010. *Nuclear Engineering and Technology*, vol. 42, pp. 474–499.
- SANTAMARINA, A., BERNARD, D., BLAISE, P., COSTE, M., COURCELLE, A., HUYNH, T., JOUANNE, C., LECONTE, P., LITAIZE, O., MENGELLE, S., NOGUÈRE, G., RUGGIERI, J.-M., SÉROT, O., TOMMASI, J., VAGLIO-GAUDARD, C. et VIDAL, J.-F. (2009a). The JEFF-3.1.1 Nuclear Data Library, JEFF Report 22, Validation Results from JEF-2.2 to JEFF-3.1.1, NEA No. 6807. Rapport technique, OECD/NEA Edition 2009.
- SANTAMARINA, A., BERNARD, D., BLAISE, P., ERRADI, L., LECONTE, P., TELLIER, R. L., VAGLIO, C. et VIDAL, J.-F. (2009b). APOLLO2.8 : a validated package for accurate LWR calculations. *ANFM-IV*. Hilton Head Island, USA.
- SANTAMARINA, A., COLLIGNON, C. et GARAT, C. (2004). French Calculation Schemes for Light Water Reactor Analysis. *Proc. Int. Conf. on the Physics of Fuel Cycles and Advanced Nuclear Systems (PHYSOR2004)*. Chicago, IL, USA.

## ANNEXE A

### MÉTHODES DE CALCUL DES TABLES DE PROBABILITÉ

#### A.1 La notion de dilution

Avant de présenter les méthodes de calcul des tables de probabilité, il est nécessaire de définir un paramètre : la dilution. Pour un milieu homogène infini isotrope constitué d'un noyau résonnant et de noyaux non résonnants, si l'on néglige la dépendance en léthargie des sections non résonnantes, l'équation de structure fine (2.7) se réécrit :

$$[\Sigma^+ + N^* \sigma^*(u)]\varphi(u) = \Sigma_s^+ + \mathcal{R}^*\{\varphi(\mathbf{r}, u)\} \quad (\text{A.1})$$

Cette équation peut être écrite sous la forme canonique suivante :

$$[\sigma_e + \sigma^*(u)]\varphi(u) = \gamma \sigma_e + \frac{1}{N^*} \mathcal{R}^*\{\varphi(\mathbf{r}, u)\} \quad (\text{A.2})$$

où l'on a défini la *dilution*  $\sigma_e$  et le *facteur gamma*  $\gamma$  :

$$\sigma_e = \frac{\Sigma^+}{N^*} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\Sigma_s^+}{\Sigma^+} \quad (\text{A.3})$$

#### A.2 Calcul des tables de probabilité pour la section totale

##### A.2.1 Méthode de Ribon

Dans ce paragraphe, on rappelle la méthode de Ribon [Ribon (1995)]. Cette méthode permet le calcul de la table de probabilité pour la section efficace totale et les sections partielles dans le groupe d'énergie  $g$  à partir de la section ponctuelle.

On calcule d'abord les moments positifs et négatifs de la section efficace totale à partir des intégrales de Riemann suivantes des données PENDF :

$$\mathcal{M}_\ell = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \sigma(u)^\ell \quad (\text{A.4})$$

Une table de probabilité d'ordre  $K$  doit être capable de préserver  $2K$  moments choisis dans l'équation (A.4) :

$$\sum_{k=1}^K \omega_k (\sigma_k)^\ell = \mathcal{M}_\ell ; \quad L_{min} \leq \ell \leq L_{max}. \quad (\text{A.5})$$

Les moments d'ordre 0 et 1 doivent toujours être préservés par la table de probabilité de façon à satisfaire la relation de conservation pour les poids et la valeur de la section efficace totale à dilution infinie. Cela impose les conditions suivantes :

$$2 - 2K \leq L_{min} \leq 0 \text{ et } L_{max} = 2K + L_{min} - 1 \quad (\text{A.6})$$

Dans la méthode des moments, Ribon a choisi  $L_{min} = 1 - K$  et  $L_{max} = K$ . Les moments négatifs et positifs aident à préserver des taux de réaction corrects pour des valeurs respectivement faibles et élevées de la section efficace résonnante. Si l'on considère la fonction génératrice de Stieltjes des moments de la section efficace totale, définie comme une grandeur sans dimension, on obtient :

$$F(z) = \int_0^{\max(\sigma)} d\sigma \pi(\sigma) \frac{(z\sigma)^{1-K}}{1 - z\sigma} = \sum_{\ell=1-K}^K z^\ell \mathcal{M}_\ell + \mathcal{O}(z^{K+1}) \quad (\text{A.7})$$

Le membre de droite de l'équation (A.7) représentera avec précision les valeurs faibles et élevées de la section efficace résonnante si l'on peut forcer le terme d'erreur  $\mathcal{O}(z^{K+1})$  à disparaître. On écrit le membre de gauche en utilisant un approximant de PADE :

$$z^{K-1}F(z) = \sum_{\ell=0}^{2K-1} z^\ell \mathcal{M}_{\ell-K+1} = \frac{a_0 + a_1 z + \dots + a_{K-1} z^{K-1}}{b_0 + b_1 z + \dots + b_{K-1} z^{K-1} + z^K} \quad (\text{A.8})$$

d'où

$$\left( z^K + \sum_{k=0}^{K-1} b_k z^k \right) \left( \sum_{\ell=0}^{2K-1} z^\ell \mathcal{M}_{\ell-K+1} \right) = \sum_{k=0}^{K-1} a_k z^k \quad (\text{A.9})$$

On identifie les coefficients des puissances en  $z$  entre  $K$  et  $2K - 1$ . Les coefficients  $b_k$  sont solutions du système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} \mathcal{M}_K & \mathcal{M}_{K-1} & \cdots & \mathcal{M}_1 \\ \mathcal{M}_{K-1} & \mathcal{M}_{K-2} & \cdots & \mathcal{M}_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{M}_1 & \mathcal{M}_0 & \cdots & \mathcal{M}_{2-K} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{K-1} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathcal{M}_0 \\ \mathcal{M}_{-1} \\ \vdots \\ \mathcal{M}_{1-K} \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

On développe ensuite une factorisation  $LDL^T$ . Les coefficients  $b_n$  de l'équation (A.8) sont solutions du système  $LDL^T$  et les points de base de la table de probabilité sont les racines du polynôme suivant :

$$\prod_{k=1}^K (z - \sigma_k) = b_0 + b_1 z + \dots + b_{K-1} z^{K-1} + z^K \quad (\text{A.11})$$

Les poids  $\omega_k$  sont calculés en résolvant le système suivant :

$$\sum_{k=1}^K \frac{\frac{\omega_k}{z_k}}{\frac{z}{z_k} - 1} = \frac{a_0 + a_1 z + \dots + a_{K-1} z^{K-1}}{(z - \sigma_1)(z - \sigma_2) \dots (z - \sigma_K)} \quad (\text{A.12})$$

### A.2.2 Méthode de Ribon modifiée

La méthode de Ribon modifiée a été développée par Hébert et Coste [Hébert et Coste (2002)]. Elle diffère de celle de Ribon par la détermination des poids  $\omega_k$  et vise à stabiliser numériquement cette étape. On part de l'étape, dans la méthode de Ribon, où on a déterminé les niveaux  $\sigma_k$ . Les poids correspondants sont choisis de telle sorte que les moments de la section efficace totale soient conservés :

$$\mathcal{M}_\ell = \sum_{k=1}^K \omega_k \sigma_k^\ell \quad (\text{A.13})$$

Les poids sont calculés par conservation des moments d'ordre compris dans l'intervalle  $[-K/2; (K-1)/2]$  et sont donc solutions du système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \dots & \sigma_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_1^{K-1} & \sigma_2^{K-1} & \dots & \sigma_K^{K-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1(\sigma_1)^{k_0} \\ \omega_2(\sigma_2)^{k_0} \\ \vdots \\ \omega_K(\sigma_K)^{k_0} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{k_0} \\ \mathcal{M}_{k_0+1} \\ \vdots \\ \mathcal{M}_{k_1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

avec  $k_0 = K/2$  et  $k_1 = (K-1)/2$ .

La solution de ce système peut être déterminée directement, en utilisant la formule analytique de l'inverse de la matrice de Vandermonde. On obtient donc :

$$\omega_k = \frac{(-1)^{K-1}(\sigma_k)^{-k_0}}{\prod_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq k}}^K (\sigma_\ell - \sigma_k)} \sum_{\ell=0}^{K-1} c_{k,\ell} \mathcal{M}_{k_0+\ell}, \quad (\text{A.15})$$

avec  $1 \leq k \leq K$  et  $c_{k,\ell}$  le coefficient du polynôme défini par :

$$c_{k,0} + c_{k,1}z + \dots + c_{k,K-1}z^{K-1} = \prod_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq k}}^K (z - \sigma_\ell). \quad (\text{A.16})$$

### A.3 Calcul des tables de probabilité pour les sections partielles

#### A.3.1 Méthode de Ribon

Une fois calculée la table de probabilité pour la section efficace totale, il reste à déterminer les tables de probabilité pour les sections partielles  $\sigma_\rho$ . Puisqu'il n'y a pas proportionnalité entre  $\sigma_t$  et  $\sigma_\rho$ , à une valeur  $\sigma_t$  donnée sont associées plusieurs valeurs de  $\sigma_\rho$ . Il est donc nécessaire a priori de déterminer une table de probabilité secondaire pour chaque section partielle et chaque palier de la section totale, de la forme  $(\omega_{\rho,k,\ell}, \sigma_{\rho,k,\ell})$ ,  $1 \leq k \leq K, 1 \leq \ell \leq K_{\rho,k}$ . Cette table de probabilité secondaire permet de calculer des intégrales de la forme :

$$I = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_g}^{u_{g-1}} du f(\sigma_t(u), \sigma_\rho(u)) = \int d\sigma_t d\sigma_\rho \pi(\sigma_t, \sigma_\rho) f(\sigma_t, \sigma_\rho) = \sum_{k=1}^K \sum_{\ell=1}^{K_{\rho,k}} \omega_{\rho,k,\ell} f(\sigma_{t,k}, \sigma_{\rho,k,\ell}) \quad (\text{A.17})$$

Cependant, l'on remarque [Reuss (2003)] qu'en physique des réacteurs, les sections partielles apparaissent toujours linéairement i.e. la fonction  $f$  est toujours de la forme :

$$f(\sigma_t, \sigma_\rho) = f(\sigma_t) \sigma_\rho \quad (\text{A.18})$$

L'intégrale A.17 peut alors s'écrire :

$$I = \sum_{k=1}^K \sum_{\ell=1}^{K_{\rho,k}} \omega_{\rho,k,\ell} f(\sigma_{t,k}) \sigma_{\rho,k,\ell} = \sum_{k=1}^K \omega_k f(\sigma_{t,k}) \sum_{\ell=1}^{K_{\rho,k}} \frac{\omega_{\rho,k,\ell}}{\omega_k} \sigma_{\rho,k,\ell} = \sum_{k=1}^K \omega_k f(\sigma_{t,k}) \sigma_{\rho,k} \quad (\text{A.19})$$

en posant :

$$\forall k = 1, \dots, K \quad \sigma_{\rho,k} = \sum_{\ell=1}^{K_{\rho,k}} \frac{\omega_{\rho,k,\ell}}{\omega_k} \sigma_{\rho,k,\ell} \quad (\text{A.20})$$

Ainsi, la table de probabilité secondaire est inutile et disparaît dans les applications. Les tables de probabilité n'introduisent qu'une seule valeur de chaque section partielle  $\sigma_{\rho,k}$  pour chaque valeur de la section totale  $\sigma_{t,k}$ . Le calcul des  $\sigma_{\rho,k}$  ne pose pas de difficulté, il s'agit simplement de résoudre un système linéaire de  $K$  équations à  $K$  inconnues.

#### A.3.2 Méthode PT

La méthode PT est décrite par Hébert dans [Hébert (2009b)]. Contrairement à la méthode mise en œuvre dans CALENDF, les niveaux  $\sigma_{\rho,k}$  pour les sections partielles ne sont pas directement déduits de la table pour la section totale par inversion d'un système linéaire. Ici,

les niveaux  $\sigma_{\rho,k}$  sont déterminés de manière à préserver des taux de réaction multigroupes tabulés en dilution et calculés au préalable par NJOY. Pour cela, il s'agit de déterminer dans un premier temps les flux de sous-groupes tabulés en dilution. Si l'on se place dans le cadre d'un modèle statistique, la fonction de structure fine peut s'écrire :

$$\varphi(u) = \frac{\langle \sigma_s \varphi \rangle_g + \sigma_e}{\sigma(u) + \sigma_e}, \quad (\text{A.21})$$

d'où l'expression du taux de collision :

$$\mathcal{F}_\ell(\sigma_e) = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \frac{\langle \sigma_s \varphi \rangle_g + \sigma_e}{\sigma(u) + \sigma_e} \sigma(u)^\ell \quad (\text{A.22})$$

Les valeurs de  $\mathcal{F}_\ell(\sigma_e)$  pour des moments  $l$  positifs et négatifs sont calculées à partir des données présentes dans l'Autolib. Une table de probabilité d'ordre  $K$  doit être capable de préserver  $K$  moments choisis de l'équation (A.22) :

$$\forall (1-K)/2 \leq \ell \leq K/2, \quad \sum_{k=1}^K \omega_k \varphi_k(\sigma_e) (\sigma_k)^\ell = \mathcal{F}_\ell(\sigma_e) \quad (\text{A.23})$$

On obtient donc un système linéaire, qui s'écrit comme :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \cdots & \sigma_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\sigma_1)^{K-1} & (\sigma_2)^{K-1} & \cdots & (\sigma_K)^{K-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 (\sigma_1)^{k_0} \varphi_1(\sigma_e) \\ \omega_2 (\sigma_2)^{k_0} \varphi_2(\sigma_e) \\ \vdots \\ \omega_K (\sigma_K)^{k_0} \varphi_K(\sigma_e) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{F}_{k_0}(\sigma_e) \\ \mathcal{F}_{k_0+1}(\sigma_e) \\ \vdots \\ \mathcal{F}_{k_1}(\sigma_e) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.24})$$

où

$$k_0 = (1-K)/2$$

$$k_1 = K/2$$

La solution de ce système peut être déterminée directement, en utilisant la formule analytique de l'inverse de la matrice de Vandermonde. On obtient donc :

$$\varphi_k(\sigma_e) = \frac{1}{\omega_k} \frac{(-1)^{K-1} (\sigma_k)^{-k_0}}{\prod_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq k}}^K (\sigma_\ell - \sigma_k)} \sum_{\ell=0}^{K-1} c_{k,\ell} \mathcal{F}_{k_0+\ell}(\sigma_e), \quad (\text{A.25})$$

où  $1 \leq k \leq K$  et où les  $c_{k,\ell}$  sont les coefficients du polynôme :



$$c_{k,0} + c_{k,1}z + \cdots + c_{k,K-1}z^{K-1} = \prod_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq k}}^K (z - \sigma_\ell) . \quad (\text{A.26})$$

On suppose que le nombre de dilutions finies  $L$  est supérieur à l'ordre de la table de probabilité i.e.  $L \geq K$ . Les points de base relatifs au flux s'organisent donc en une matrice rectangulaire  $(L+1) \times K$  :

$$\mathbb{F} = \begin{pmatrix} \varphi_1(\sigma_{e,1}) & \varphi_2(\sigma_{e,1}) & \cdots & \varphi_K(\sigma_{e,1}) \\ \varphi_1(\sigma_{e,2}) & \varphi_2(\sigma_{e,2}) & \cdots & \varphi_K(\sigma_{e,2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1(\sigma_{e,L}) & \varphi_2(\sigma_{e,L}) & \cdots & \varphi_K(\sigma_{e,L}) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.27})$$

Les taux de réaction de référence  $\vec{\tau}_\rho = \{\tau_\rho(\sigma_{e,1}), \tau_\rho(\sigma_{e,1}), \cdots, \tau_\rho(\sigma_{e,L}), \tau_\rho(\infty)\}$  pour une réaction particulière  $\rho$  dans un groupe d'énergie  $g$  sont obtenus à partir des données tabulées issues de NJOY :

$$\tau_\rho(\sigma_e) = \sigma_{\rho,g}(\sigma_e) \varphi_g(\sigma_e) \quad (\text{A.28})$$

Les points de base correspondant  $\vec{x}_\rho = \{\omega_1 \sigma_{\rho,1}, \omega_2 \sigma_{\rho,2}, \cdots, \omega_K \sigma_{\rho,K}\}$  sont obtenus en résolvant par la méthode des moindres carrés le système linéaire suivant :

$$\mathbb{F} \vec{x}_\rho = \vec{\tau}_\rho \quad (\text{A.29})$$

## ANNEXE B

## CARACTÉRISTIQUES DES BENCHMARKS

Combustible	UOX	MOX20
Enrichissement U235	3.0%	0.25%
Teneur Pu		20%
Concentration (at/cm <sup>3</sup> )		
U235	7,0803E-04	4,6979E-05
U238	2,2604E-02	1,8508E-02
Pu238		1,8003E-04
Pu239		2,2773E-03
Pu240		1,4475E-03
Pu241		3,8441E-04
Pu242		5,0245E-04
Am241		3,8441E-05
O16	4,6624E-02	4,6770E-02

Rayons (en cm)	REP/REB	RSM/RNR
Couronne 1	0,259307	
Couronne 2	0,343031	
Couronne 3	0,366715	
Couronne 4	0,388960	
Couronne 5	0,399619	
Couronne 6	0,41	
Gaine	0,475	
Modérateur/Caloporteur	0,710879	0,6

Gaine	Zirconium	Acier
Composition	100% Zr <sup>nat</sup>	69% Fe 20% Cr 10% Ni 1% Mn
Densité	6.55	8,0
Concentration (at/cm <sup>3</sup> )		
Zr90	2,22475E-02	
Zr91	4,85164E-03	
Zr92	7,41583E-03	
Zr94	7,51529E-03	
Zr96	1,21075E-03	
(Zr <sup>nat</sup> )	<i>4,32410E-02</i>	
Fe54		3,4524E-03
Fe56		5,4595E-02
Fe57		1,3095E-03
Fe58		1,6667E-04
(Fe <sup>nat</sup> )		<i>5,9523E-02</i>
Cr50		8,0425E-04
Cr52		1,5531E-02
Cr53		1,7586E-03
Cr54		4,3733E-04
Ni58		5,6042E-03
Ni60		2,1425E-03
Ni61		9,2761E-05
Ni62		2,9470E-04
Ni64		7,4701E-05
Mn55		8,7693E-04

Modérateur/Caloporteur	Eau			Sodium
Température	293.6K	573.6K		773.6K
Densité	0,99832	0,72673	75% vide	0.95000
Concentration (at/cm <sup>3</sup> )				
H1_H2O	6,67433E-02	4,85856E-02	1,21464E-02	2,48849E-02
O16	3,33717E-02	2,42928E-02	6,07320E-03	
Na23				

## ANNEXE C

**SOURCES TOTALE ET DE FISSION POUR LA VALIDATION DE  
L'INDÉPENDANCE DU CALCUL D'AUTOPROTECTION**

Tableau C.1 – Variation relative des sources totale et de fission dans le combustible entre la première et la dernière itération de puissance : cellule RNR-Na

Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot}}}$
<b>1</b>	1.96E+07	-3.4	-3.4
<b>2</b>	1.49E+07	-3.3	-3.3
<b>3</b>	1.38E+07	-3.2	-3.2
<b>4</b>	1.16E+07	-3.0	-3.0
<b>5</b>	1.00E+07	-2.8	-2.8
<b>6</b>	9.05E+06	-2.6	-2.6
<b>7</b>	8.19E+06	-2.4	-2.5
<b>8</b>	7.41E+06	-2.3	-2.3
<b>9</b>	6.70E+06	-2.1	-2.1
<b>10</b>	6.07E+06	-1.8	-1.8
<b>11</b>	4.97E+06	-1.5	-1.5
<b>12</b>	4.07E+06	-1.1	-1.2
<b>13</b>	3.33E+06	-0.8	-1.0
<b>14</b>	2.73E+06	-0.5	-0.7
<b>15</b>	2.23E+06	-0.3	-0.5
<b>16</b>	1.90E+06	-0.1	-0.3
<b>17</b>	1.64E+06	0.1	-0.2
<b>18</b>	1.41E+06	0.2	-0.2
<b>19</b>	1.34E+06	0.3	-0.2
<b>20</b>	1.29E+06	0.4	-0.2
<b>21</b>	1.16E+06	0.5	-0.1
<b>22</b>	1.05E+06	0.6	-0.1
<b>23</b>	9.51E+05	0.7	0.0
<b>24</b>	8.60E+05	0.9	0.0
<b>25</b>	7.07E+05	1.1	0.0
<b>26</b>	5.78E+05	1.3	0.0
<b>27</b>	4.94E+05	1.4	0.0
<b>28</b>	4.56E+05	1.5	0.1
<b>29</b>	4.13E+05	1.6	0.1
<b>30</b>	3.84E+05	1.7	0.1

Tableau C.1 – (suite)

Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot}}}$
<b>31</b>	3.21E+05	1.8	0.1
<b>32</b>	2.68E+05	1.8	0.1
<b>33</b>	2.30E+05	1.9	0.1
<b>34</b>	1.95E+05	2.0	0.1
<b>35</b>	1.65E+05	2.0	0.1
<b>36</b>	1.40E+05	2.1	0.1
<b>37</b>	1.23E+05	2.1	0.1
<b>38</b>	1.16E+05	2.1	0.1
<b>39</b>	9.47E+04	2.2	0.1
<b>40</b>	8.23E+04	2.3	0.1
<b>41</b>	6.74E+04	2.1	0.1
<b>42</b>	5.52E+04	2.1	0.1
<b>43</b>	4.99E+04	2.2	0.1
<b>44</b>	4.09E+04	2.2	0.1
<b>45</b>	3.70E+04	2.2	0.1
<b>46</b>	3.35E+04	2.3	0.1
<b>47</b>	2.93E+04	2.6	0.1
<b>48</b>	2.74E+04	2.7	0.1
<b>49</b>	2.61E+04	2.7	0.1
<b>50</b>	2.50E+04	2.8	0.1
<b>51</b>	2.27E+04	3.2	0.1
<b>52</b>	1.86E+04	4.0	0.1
<b>53</b>	1.62E+04	4.2	0.1
<b>54</b>	1.49E+04	4.3	0.1
<b>55</b>	1.36E+04	4.5	0.1
<b>56</b>	1.11E+04	3.8	0.1
<b>57</b>	9.12E+03	2.7	0.1
<b>58</b>	7.47E+03	2.7	0.1
<b>59</b>	6.11E+03	2.7	0.1
<b>60</b>	5.00E+03	2.7	0.1
<b>61</b>	4.10E+03	2.7	0.1
<b>62</b>	3.48E+03	2.7	0.1
<b>63</b>	3.00E+03	2.7	0.1
<b>64</b>	2.70E+03	2.7	-0.1
<b>65</b>	2.40E+03	2.7	0.1
<b>66</b>	2.08E+03	2.6	0.1
<b>67</b>	1.81E+03	2.7	0.1
<b>68</b>	1.59E+03	2.7	0.1

Tableau C.1 – (suite)

Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot}}}$
<b>69</b>	1.34E+03	2.7	0.1
<b>70</b>	1.13E+03	2.7	0.1
<b>71</b>	1.06E+03	2.6	0.1
<b>72</b>	9.82E+02	2.7	0.1
<b>73</b>	9.10E+02	2.7	0.1
<b>74</b>	8.32E+02	2.7	0.1
<b>75</b>	7.49E+02	2.6	0.1
<b>76</b>	6.77E+02	2.6	0.1
<b>77</b>	6.47E+02	2.7	0.1
<b>78</b>	6.13E+02	2.6	0.1
<b>79</b>	6.00E+02	2.6	0.2
<b>80</b>	5.93E+02	2.6	0.1
<b>81</b>	5.77E+02	2.7	0.1
<b>82</b>	5.39E+02	2.7	0.1
<b>83</b>	5.02E+02	2.6	0.1
<b>84</b>	4.54E+02	2.6	0.1
<b>85</b>	4.19E+02	2.6	0.2

Tableau C.2 – Variation relative des source totale et de fission entre la première et la dernière itération de puissance dans la pastille combustible UOX la plus externe et dans la pastille MOX la plus interne : assemblage REP MOXé

Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,MOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,MOX}}}$
<b>1</b>	1.96E+07	67.19	59.82	-58.38	-57.3
<b>2</b>	1.49E+07	67.17	60.96	-58.25	-57.3
<b>3</b>	1.38E+07	67.16	62.08	-58.13	-57.3
<b>4</b>	1.16E+07	67.17	62.77	-58.00	-57.2
<b>5</b>	1.00E+07	67.18	62.86	-57.92	-57.1
<b>6</b>	9.05E+06	67.19	63.13	-57.85	-57.0
<b>7</b>	8.19E+06	67.20	62.93	-57.78	-56.9
<b>8</b>	7.41E+06	67.21	62.85	-57.72	-56.8
<b>9</b>	6.70E+06	67.23	62.34	-57.67	-56.6
<b>10</b>	6.07E+06	67.26	62.22	-57.59	-56.4
<b>11</b>	4.97E+06	67.31	62.18	-57.52	-56.3
<b>12</b>	4.07E+06	67.34	62.78	-57.45	-56.4
<b>13</b>	3.33E+06	67.37	62.48	-57.39	-56.2
<b>14</b>	2.73E+06	67.42	62.21	-57.33	-56.0

Tableau C.2 – (suite)

Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,MOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,MOX}}}$
15	2.23E+06	67.47	63.08	-57.29	-56.2
16	1.90E+06	67.52	62.53	-57.27	-56.0
17	1.64E+06	67.56	61.76	-57.25	-55.8
18	1.41E+06	67.58	61.11	-57.24	-55.6
19	1.34E+06	67.59	60.82	-57.23	-55.5
20	1.29E+06	67.61	60.40	-57.23	-55.4
21	1.16E+06	67.63	60.39	-57.22	-55.4
22	1.05E+06	67.66	59.79	-57.20	-55.2
23	9.51E+05	67.68	59.18	-57.19	-55.0
24	8.60E+05	67.71	57.39	-57.17	-54.5
25	7.07E+05	67.76	56.27	-57.14	-54.1
26	5.78E+05	67.80	55.38	-57.12	-53.8
27	4.94E+05	67.83	54.86	-57.11	-53.7
28	4.56E+05	67.83	54.69	-57.11	-53.6
29	4.13E+05	67.85	54.88	-57.10	-53.7
30	3.84E+05	67.88	54.15	-57.09	-53.4
31	3.21E+05	67.90	53.10	-57.09	-53.1
32	2.68E+05	67.91	52.41	-57.09	-52.9
33	2.30E+05	67.92	51.82	-57.09	-52.7
34	1.95E+05	67.93	51.22	-57.09	-52.5
35	1.65E+05	67.94	50.63	-57.09	-52.3
36	1.40E+05	67.93	50.14	-57.09	-52.1
37	1.23E+05	67.94	49.83	-57.09	-52.0
38	1.16E+05	67.95	49.42	-57.09	-51.8
39	9.47E+04	67.98	48.93	-57.08	-51.7
40	8.23E+04	68.01	48.47	-57.07	-51.5
41	6.74E+04	67.93	47.98	-57.11	-51.3
42	5.52E+04	67.92	47.65	-57.11	-51.2
43	4.99E+04	67.96	47.37	-57.09	-51.1
44	4.09E+04	67.95	47.05	-57.10	-50.9
45	3.70E+04	67.94	46.88	-57.10	-50.9
46	3.35E+04	67.98	46.68	-57.08	-50.8
47	2.93E+04	68.05	46.53	-57.03	-50.7
48	2.74E+04	68.06	46.44	-57.02	-50.7
49	2.61E+04	68.06	46.38	-57.01	-50.6
50	2.50E+04	68.08	46.27	-57.01	-50.6
51	2.27E+04	68.21	46.05	-56.93	-50.5
52	1.86E+04	68.41	45.92	-56.80	-50.4

Tableau C.2 – (suite)

Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,MOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,MOX}}}$
<b>53</b>	1.62E+04	68.43	45.73	-56.78	-50.3
<b>54</b>	1.49E+04	68.46	45.65	-56.75	-50.2
<b>55</b>	1.36E+04	68.53	45.47	-56.71	-50.1
<b>56</b>	1.11E+04	68.37	45.17	-56.82	-50.1
<b>57</b>	9.12E+03	67.98	44.98	-57.03	-49.9
<b>58</b>	7.47E+03	67.99	44.83	-57.03	-49.8
<b>59</b>	6.11E+03	67.96	44.50	-57.04	-49.7
<b>60</b>	5.00E+03	67.96	44.24	-57.04	-49.6
<b>61</b>	4.10E+03	67.97	44.44	-57.04	-49.4
<b>62</b>	3.48E+03	67.94	44.34	-57.04	-49.3
<b>63</b>	3.00E+03	67.92	44.02	-57.05	-49.3
<b>64</b>	2.70E+03	67.93	44.53	-57.04	-49.0
<b>65</b>	2.40E+03	67.96	44.05	-57.04	-49.0
<b>66</b>	2.08E+03	67.97	43.83	-57.04	-49.0
<b>67</b>	1.81E+03	67.94	44.39	-57.05	-48.7
<b>68</b>	1.59E+03	67.92	43.40	-57.05	-48.9
<b>69</b>	1.34E+03	67.93	43.75	-57.05	-48.6
<b>70</b>	1.13E+03	67.96	42.66	-57.04	-48.9
<b>71</b>	1.06E+03	67.98	44.01	-57.04	-48.4
<b>72</b>	9.82E+02	67.98	43.31	-57.04	-48.5
<b>73</b>	9.10E+02	67.97	43.48	-57.04	-48.4
<b>74</b>	8.32E+02	67.97	42.53	-57.04	-48.6
<b>75</b>	7.49E+02	67.97	42.60	-57.05	-48.5
<b>76</b>	6.77E+02	67.96	43.10	-57.05	-48.3
<b>77</b>	6.47E+02	67.96	42.86	-57.04	-48.3
<b>78</b>	6.13E+02	67.93	41.62	-57.06	-48.7
<b>79</b>	6.00E+02	67.93	52.05	-57.06	-45.0
<b>80</b>	5.93E+02	67.93	44.00	-57.06	-47.9
<b>81</b>	5.77E+02	67.93	41.53	-57.05	-48.7
<b>82</b>	5.39E+02	67.93	43.27	-57.05	-48.0
<b>83</b>	5.02E+02	67.93	41.60	-57.06	-48.5
<b>84</b>	4.54E+02	67.95	41.68	-57.05	-48.4
<b>85</b>	4.19E+02	67.96	42.46	-57.06	-48.1
<b>86</b>	3.91E+02	67.96	41.13	-57.05	-48.5
<b>87</b>	3.72E+02	67.93	41.02	-57.06	-48.5
<b>88</b>	3.54E+02	67.91	42.63	-57.07	-47.8
<b>89</b>	3.35E+02	67.91	40.92	-57.06	-48.4
<b>90</b>	3.20E+02	67.90	40.91	-57.06	-48.3



Tableau C.2 – (suite)

Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,MOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,MOX}}}$
<b>91</b>	2.96E+02	67.89	45.99	-57.07	-46.5
<b>92</b>	2.88E+02	67.89	40.83	-57.07	-48.2
<b>93</b>	2.85E+02	67.90	40.74	-57.07	-48.3
<b>94</b>	2.76E+02	67.90	43.95	-57.06	-47.1
<b>95</b>	2.68E+02	67.91	40.71	-57.06	-48.3
<b>96</b>	2.57E+02	67.89	40.63	-57.08	-48.2
<b>97</b>	2.42E+02	67.91	47.60	-57.07	-45.7
<b>98</b>	2.36E+02	67.92	40.57	-57.06	-48.2
<b>99</b>	2.24E+02	67.93	40.49	-57.06	-48.2
<b>100</b>	2.12E+02	67.94	42.30	-57.07	-47.5
<b>101</b>	2.01E+02	67.95	40.44	-57.07	-48.2
<b>102</b>	1.96E+02	67.95	40.45	-57.06	-48.1
<b>103</b>	1.93E+02	67.95	45.41	-57.06	-46.3
<b>104</b>	1.90E+02	67.95	70.24	-57.06	-36.8
<b>105</b>	1.89E+02	67.94	40.12	-57.06	-48.4
<b>106</b>	1.88E+02	67.94	40.49	-57.06	-48.2
<b>107</b>	1.86E+02	67.94	40.37	-57.06	-48.1
<b>108</b>	1.85E+02	67.94	40.35	-57.06	-48.1
<b>109</b>	1.83E+02	67.91	40.34	-57.08	-48.1
<b>110</b>	1.75E+02	67.90	40.24	-57.08	-48.1
<b>111</b>	1.68E+02	67.90	44.39	-57.07	-46.5
<b>112</b>	1.63E+02	67.90	40.16	-57.07	-48.0
<b>113</b>	1.54E+02	67.88	40.09	-57.08	-48.0
<b>114</b>	1.47E+02	67.88	40.55	-57.08	-47.8
<b>115</b>	1.40E+02	67.89	39.99	-57.08	-47.9
<b>116</b>	1.33E+02	67.90	39.92	-57.08	-47.9
<b>117</b>	1.26E+02	67.89	39.89	-57.09	-47.9
<b>118</b>	1.21E+02	67.90	40.06	-57.08	-47.7
<b>119</b>	1.18E+02	67.91	112.15	-57.08	-18.5
<b>120</b>	1.17E+02	67.91	40.55	-57.08	-47.8
<b>121</b>	1.15E+02	67.92	39.88	-57.08	-47.9
<b>122</b>	1.13E+02	67.93	39.78	-57.07	-47.9
<b>123</b>	1.10E+02	67.93	39.79	-57.08	-47.8
<b>124</b>	1.06E+02	67.92	42.83	-57.09	-46.7
<b>125</b>	1.03E+02	67.93	54.60	-57.09	-42.0
<b>126</b>	1.02E+02	67.94	39.11	-57.09	-48.1
<b>127</b>	1.02E+02	67.94	39.86	-57.09	-47.9
<b>128</b>	1.01E+02	67.94	39.84	-57.09	-47.9

Tableau C.2 – (suite)

Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,MOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,MOX}}}$
<b>129</b>	1.01E+02	67.95	39.73	-57.08	-47.8
<b>130</b>	9.73E+01	67.95	39.66	-57.08	-47.8
<b>131</b>	9.33E+01	67.94	39.69	-57.08	-47.5
<b>132</b>	8.88E+01	67.92	39.53	-57.10	-47.6
<b>133</b>	8.39E+01	67.93	44.12	-57.09	-46.0
<b>134</b>	7.94E+01	67.94	39.42	-57.08	-47.7
<b>135</b>	7.63E+01	67.93	39.39	-57.10	-47.1
<b>136</b>	7.36E+01	67.93	39.35	-57.10	-47.3
<b>137</b>	7.19E+01	67.94	39.33	-57.10	-47.7
<b>138</b>	6.91E+01	67.94	39.52	-57.09	-47.5
<b>139</b>	6.68E+01	67.94	39.74	-57.09	-47.4
<b>140</b>	6.65E+01	67.94	56.94	-57.09	-43.0
<b>141</b>	6.62E+01	67.94	40.97	-57.09	-47.1
<b>142</b>	6.58E+01	67.94	45.73	-57.09	-46.0
<b>143</b>	6.55E+01	67.94	39.49	-57.09	-47.7
<b>144</b>	6.50E+01	67.94	39.39	-57.09	-47.7
<b>145</b>	6.46E+01	67.94	39.29	-57.09	-47.6
<b>146</b>	6.36E+01	67.90	39.23	-57.11	-47.6
<b>147</b>	6.23E+01	67.91	39.19	-57.11	-47.6
<b>148</b>	5.99E+01	67.91	39.15	-57.11	-47.5
<b>149</b>	5.71E+01	67.91	39.18	-57.10	-47.5
<b>150</b>	5.41E+01	67.90	39.05	-57.11	-47.3
<b>151</b>	5.30E+01	67.89	39.03	-57.12	-46.8
<b>152</b>	5.18E+01	67.90	39.02	-57.12	-47.4
<b>153</b>	4.93E+01	67.91	38.94	-57.12	-47.5
<b>154</b>	4.75E+01	67.92	38.91	-57.11	-47.5
<b>155</b>	4.62E+01	67.93	38.87	-57.11	-47.5
<b>156</b>	4.53E+01	67.91	38.85	-57.13	-46.9
<b>157</b>	4.42E+01	67.91	38.83	-57.13	-47.4
<b>158</b>	4.31E+01	67.92	38.80	-57.13	-47.4
<b>159</b>	4.21E+01	67.93	38.80	-57.13	-46.3
<b>160</b>	4.12E+01	67.94	38.75	-57.12	-47.4
<b>161</b>	3.97E+01	67.94	38.81	-57.12	-47.4
<b>162</b>	3.88E+01	67.94	38.90	-57.12	-46.7
<b>163</b>	3.78E+01	67.80	39.15	-57.23	-47.2
<b>164</b>	3.73E+01	67.79	46.49	-57.24	-44.3
<b>165</b>	3.69E+01	67.78	47.72	-57.24	-43.9
<b>166</b>	3.64E+01	67.78	39.35	-57.24	-47.3

Tableau C.2 – (suite)

Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,UOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,UOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{fiss,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{fiss,MOX}}}$	$\frac{\Delta Q^{\text{tot,MOX}}}{Q_{\text{initiale}}^{\text{tot,MOX}}}$
<b>167</b>	3.61E+01	67.78	39.07	-57.24	-47.4
<b>168</b>	3.57E+01	67.78	39.48	-57.24	-47.3
<b>169</b>	3.45E+01	67.78	39.08	-57.24	-47.4
<b>170</b>	3.31E+01	67.77	38.80	-57.24	-47.3
<b>171</b>	3.17E+01	67.78	38.51	-57.23	-47.3
<b>172</b>	2.79E+01	113.90	38.36	-51.42	-47.1
<b>173</b>	2.47E+01	112.35	38.31	-1.45	-47.1

## ANNEXE D

# TAUX DE RÉACTION MULTIGROUPES POUR LA VALIDATION DE L'AUTOPROTECTION DES TRANSFERTS

Tableau D.1 – Taux de capture de l'U238 avec et sans autoprotection des transferts : benchmark REP

Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\tau_{\text{capture}}^{T4}$	Autop. transferts		Pas d'autop. transferts	
			$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$
<b>31</b>	3.21E+05	5.67E-04	0	-0.2%	0	-0.2%
<b>32</b>	2.68E+05	4.37E-04	0	-0.3%	0	-0.3%
<b>33</b>	2.30E+05	4.43E-04	0	-0.1%	0	-0.1%
<b>34</b>	1.95E+05	4.36E-04	0	-0.1%	0	-0.1%
<b>35</b>	1.65E+05	4.33E-04	0	0.0%	0	0.0%
<b>36</b>	1.40E+05	3.49E-04	0	1.3%	0	1.3%
<b>37</b>	1.23E+05	1.62E-04	0	0.2%	0	0.2%
<b>38</b>	1.16E+05	5.55E-04	0	0.7%	0	0.7%
<b>39</b>	9.47E+04	4.06E-04	0	0.5%	0	0.5%
<b>40</b>	8.23E+04	6.18E-04	0	0.5%	0	0.6%
<b>41</b>	6.74E+04	6.82E-04	0	0.5%	0	0.5%
<b>42</b>	5.52E+04	3.77E-04	0	0.5%	0	0.5%
<b>43</b>	4.99E+04	8.06E-04	0	0.0%	0	0.0%
<b>44</b>	4.09E+04	4.47E-04	0	0.3%	0	0.3%
<b>45</b>	3.70E+04	4.47E-04	0	0.7%	0	0.7%
<b>46</b>	3.35E+04	6.09E-04	0	0.2%	0	0.2%
<b>47</b>	2.93E+04	3.15E-04	0	-0.3%	0	-0.3%
<b>48</b>	2.74E+04	2.34E-04	0	-1.1%	0	-1.1%
<b>49</b>	2.61E+04	2.05E-04	0	2.3%	0	2.3%
<b>50</b>	2.50E+04	4.72E-04	0	0.6%	0	0.6%
<b>51</b>	2.27E+04	1.02E-03	0	-0.5%	-1	-0.5%
<b>52</b>	1.86E+04	7.44E-04	0	0.5%	0	0.6%
<b>53</b>	1.62E+04	4.53E-04	0	0.2%	0	0.2%
<b>54</b>	1.49E+04	5.40E-04	0	-0.1%	0	-0.1%
<b>55</b>	1.36E+04	1.17E-03	0	0.0%	0	0.1%
<b>56</b>	1.11E+04	1.23E-03	1	0.9%	1	0.7%
<b>57</b>	9.12E+03	1.22E-03	2	1.6%	2	1.8%
<b>58</b>	7.47E+03	1.32E-03	3	2.1%	3	1.9%
<b>59</b>	6.11E+03	1.42E-03	2	1.6%	2	1.7%

Tableau D.1 – (suite)

			Autop. transferts		Pas d'autop. transferts	
Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\tau_{\text{capture}}^{T4}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$
<b>60</b>	5.00E+03	1.35E-03	1	1.0%	1	1.0%
<b>61</b>	4.10E+03	1.11E-03	2	1.9%	2	2.2%
<b>62</b>	3.48E+03	1.30E-03	1	1.1%	1	1.0%
<b>63</b>	3.00E+03	7.89E-04	0	-0.1%	0	-0.5%
<b>64</b>	2.70E+03	9.78E-04	2	2.1%	3	2.7%
<b>65</b>	2.40E+03	1.36E-03	1	0.5%	1	0.5%
<b>66</b>	2.08E+03	8.66E-04	-1	-0.7%	0	-0.5%
<b>67</b>	1.81E+03	1.27E-03	0	0.3%	-2	-1.3%
<b>68</b>	1.59E+03	1.26E-03	0	0.0%	1	0.9%
<b>69</b>	1.34E+03	1.77E-03	-3	-1.5%	-6	-3.4%
<b>70</b>	1.13E+03	8.37E-04	0	-0.4%	3	3.7%
<b>71</b>	1.06E+03	8.00E-04	1	0.6%	-3	-3.2%
<b>72</b>	9.82E+02	8.26E-04	2	2.4%	6	6.9%
<b>73</b>	9.10E+02	1.20E-03	0	0.4%	0	0.3%
<b>74</b>	8.32E+02	1.08E-03	0	0.0%	0	-0.1%
<b>75</b>	7.49E+02	1.28E-03	-2	-1.3%	-2	-1.4%
<b>76</b>	6.77E+02	4.03E-04	0	-0.7%	0	0.6%
<b>77</b>	6.47E+02	9.23E-04	0	0.2%	-1	-1.4%
<b>78</b>	6.13E+02	3.56E-05	0	0.2%	0	0.6%
<b>79</b>	6.00E+02	3.99E-04	1	3.5%	0	1.1%
<b>80</b>	5.93E+02	5.07E-04	1	1.8%	0	0.2%
<b>81</b>	5.77E+02	1.37E-04	0	0.3%	0	1.2%
<b>82</b>	5.39E+02	1.13E-03	0	0.1%	1	0.9%
<b>83</b>	5.02E+02	1.09E-03	0	0.2%	0	-0.3%
<b>84</b>	4.54E+02	7.48E-04	0	0.6%	1	0.7%
<b>85</b>	4.19E+02	1.46E-03	0	-0.3%	0	-0.1%
<b>86</b>	3.91E+02	2.56E-04	0	-0.6%	0	-1.2%
<b>87</b>	3.72E+02	1.99E-05	0	-0.3%	0	-0.4%
<b>88</b>	3.54E+02	9.03E-04	-2	-2.0%	0	-0.4%
<b>89</b>	3.35E+02	3.07E-05	0	-0.1%	0	-1.8%
<b>90</b>	3.20E+02	3.26E-04	-1	-2.1%	-1	-2.2%
<b>91</b>	2.96E+02	9.95E-04	2	1.7%	1	0.6%
<b>92</b>	2.88E+02	1.21E-05	0	0.4%	0	2.3%
<b>93</b>	2.85E+02	6.87E-05	0	-1.8%	0	-1.9%
<b>94</b>	2.76E+02	1.30E-03	1	0.4%	4	3.1%
<b>95</b>	2.68E+02	1.55E-04	0	-0.8%	0	-2.5%
<b>96</b>	2.57E+02	1.77E-04	0	-0.1%	0	-0.2%

Tableau D.1 – (suite)

			Autop. transferts		Pas d'autop. transferts	
Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\tau_{\text{capture}}^{T4}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$
<b>97</b>	2.42E+02	1.50E-03	1	1.0%	-4	-2.7%
<b>98</b>	2.36E+02	4.70E-05	0	-0.3%	0	1.5%
<b>99</b>	2.24E+02	1.03E-04	0	-0.6%	0	-0.6%
<b>100</b>	2.12E+02	1.76E-03	-4	-2.5%	0	-0.2%
<b>101</b>	2.01E+02	8.48E-05	0	0.1%	0	-4.6%
<b>102</b>	1.96E+02	1.06E-04	0	-0.6%	0	-1.4%
<b>103</b>	1.93E+02	4.38E-04	0	-0.6%	-4	-8.8%
<b>104</b>	1.90E+02	8.30E-04	0	-0.6%	1	1.4%
<b>105</b>	1.89E+02	6.61E-04	-1	-1.2%	3	4.7%
<b>106</b>	1.88E+02	1.85E-04	0	0.3%	1	3.1%
<b>107</b>	1.86E+02	6.10E-05	0	1.3%	0	-1.9%
<b>108</b>	1.85E+02	3.60E-05	0	0.2%	0	0.1%
<b>109</b>	1.83E+02	6.03E-05	0	-0.1%	0	-0.1%
<b>110</b>	1.75E+02	8.36E-05	0	-0.5%	0	-0.5%
<b>111</b>	1.68E+02	1.53E-03	1	0.4%	1	0.7%
<b>112</b>	1.63E+02	4.03E-05	0	0.1%	0	-0.1%
<b>113</b>	1.54E+02	9.39E-05	0	-0.7%	0	-0.7%
<b>114</b>	1.47E+02	9.39E-04	1	1.4%	1	1.5%
<b>115</b>	1.40E+02	3.04E-05	0	0.6%	0	0.5%
<b>116</b>	1.33E+02	1.87E-05	0	-0.1%	0	-0.1%
<b>117</b>	1.26E+02	8.75E-05	0	-0.1%	0	-0.1%
<b>118</b>	1.21E+02	2.79E-04	0	-0.5%	0	-1.1%
<b>119</b>	1.18E+02	2.21E-03	4	1.7%	-2	-0.8%
<b>120</b>	1.17E+02	7.86E-04	-2	-3.0%	-2	-2.4%
<b>121</b>	1.15E+02	1.32E-04	0	1.6%	0	2.4%
<b>122</b>	1.13E+02	6.89E-05	0	-0.3%	0	-0.1%
<b>123</b>	1.10E+02	1.70E-04	0	-0.5%	0	-0.7%
<b>124</b>	1.06E+02	9.05E-04	-2	-1.9%	-7	-7.9%
<b>125</b>	1.03E+02	1.89E-03	-3	-1.7%	5	2.5%
<b>126</b>	1.02E+02	1.09E-03	-1	-0.6%	9	8.0%
<b>127</b>	1.02E+02	4.89E-04	0	1.0%	3	6.9%
<b>128</b>	1.01E+02	2.13E-04	0	1.7%	1	3.5%
<b>129</b>	1.01E+02	3.12E-04	0	0.4%	0	0.0%
<b>130</b>	9.73E+01	8.79E-05	0	-0.5%	0	-0.6%
<b>131</b>	9.33E+01	4.29E-04	-1	-1.4%	-1	-1.6%
<b>132</b>	8.88E+01	4.42E-05	0	0.1%	0	0.1%
<b>133</b>	8.39E+01	2.93E-03	0	0.2%	1	0.4%

Tableau D.1 – (suite)

			Autop. transferts		Pas d'autop. transferts	
Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\tau_{\text{capture}}^{T4}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$
<b>134</b>	7.94E+01	4.14E-05	0	-0.2%	0	-0.6%
<b>135</b>	7.63E+01	3.32E-05	0	-0.1%	0	-0.2%
<b>136</b>	7.36E+01	3.95E-05	0	0.6%	0	0.5%
<b>137</b>	7.19E+01	1.09E-04	0	-0.1%	0	-0.2%
<b>138</b>	6.91E+01	5.85E-04	0	-0.8%	-1	-1.4%
<b>139</b>	6.68E+01	4.62E-04	0	-0.5%	0	0.0%
<b>140</b>	6.65E+01	1.25E-03	0	0.3%	-3	-2.1%
<b>141</b>	6.62E+01	1.73E-03	-2	-1.0%	1	0.5%
<b>142</b>	6.58E+01	1.62E-03	3	1.7%	5	3.4%
<b>143</b>	6.55E+01	7.89E-04	0	0.2%	2	2.6%
<b>144</b>	6.50E+01	2.50E-04	0	1.9%	0	0.7%
<b>145</b>	6.46E+01	2.09E-04	0	0.2%	0	-0.1%
<b>146</b>	6.36E+01	1.75E-04	0	0.4%	0	0.4%
<b>147</b>	6.23E+01	9.13E-05	0	-0.5%	0	-0.5%
<b>148</b>	5.99E+01	6.35E-05	0	0.0%	0	0.0%
<b>149</b>	5.71E+01	4.38E-05	0	0.2%	0	0.1%
<b>150</b>	5.41E+01	1.56E-05	0	-0.3%	0	-0.4%
<b>151</b>	5.30E+01	1.78E-05	0	-0.1%	0	-0.1%
<b>152</b>	5.18E+01	5.69E-05	0	-0.7%	0	-0.7%
<b>153</b>	4.93E+01	3.65E-05	0	-0.2%	0	-0.2%
<b>154</b>	4.75E+01	3.89E-05	0	0.2%	0	0.2%
<b>155</b>	4.62E+01	3.48E-05	0	-0.2%	0	-0.2%
<b>156</b>	4.53E+01	7.19E-05	0	-0.4%	0	-0.4%
<b>157</b>	4.42E+01	6.63E-05	0	0.0%	0	0.0%
<b>158</b>	4.31E+01	7.31E-05	0	0.0%	0	-0.1%
<b>159</b>	4.21E+01	9.41E-05	0	-0.1%	0	-0.1%
<b>160</b>	4.12E+01	2.84E-04	0	-0.3%	0	-0.4%
<b>161</b>	3.97E+01	3.69E-04	0	-0.4%	0	-0.4%
<b>162</b>	3.88E+01	1.03E-03	-1	-0.9%	-2	-1.8%
<b>163</b>	3.78E+01	1.33E-03	-2	-1.2%	-2	-1.5%
<b>164</b>	3.73E+01	2.77E-03	-2	-0.9%	-29	-10.4%
<b>165</b>	3.69E+01	4.36E-03	-4	-0.8%	20	4.7%
<b>166</b>	3.64E+01	3.34E-03	6	1.9%	43	13.0%
<b>167</b>	3.61E+01	1.71E-03	1	0.6%	-5	-3.0%
<b>168</b>	3.57E+01	1.46E-03	-3	-2.3%	-5	-3.1%
<b>169</b>	3.45E+01	5.69E-04	0	0.4%	0	0.3%
<b>170</b>	3.31E+01	2.78E-04	0	-0.7%	0	-0.8%

Tableau D.1 – (suite)

			Autop. transferts		Pas d'autop. transferts	
Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\tau_{\text{capture}}^{T4}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$
<b>171</b>	3.17E+01	4.32E-04	0	0.0%	0	-0.1%
<b>172</b>	2.79E+01	4.07E-04	0	-0.2%	0	-0.3%
<b>173</b>	2.47E+01	8.28E-04	-2	-1.8%	-2	-1.9%

Tableau D.2 – Taux de capture de l'U238 avec et sans autoprotection des transferts : benchmark REB

			Autop. transferts		Pas d'autop. transferts	
Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\tau_{\text{capture}}^{T4}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$
<b>31</b>	3.21E+05	2.51E-03	0	0.1%	0	0.1%
<b>32</b>	2.68E+05	2.03E-03	-2	-0.8%	-2	-0.8%
<b>33</b>	2.30E+05	2.09E-03	-1	-0.3%	-1	-0.3%
<b>34</b>	1.95E+05	2.07E-03	-2	-0.8%	-2	-0.8%
<b>35</b>	1.65E+05	2.06E-03	0	0.2%	0	0.2%
<b>36</b>	1.40E+05	1.65E-03	2	0.9%	2	0.9%
<b>37</b>	1.23E+05	7.69E-04	0	0.3%	0	0.3%
<b>38</b>	1.16E+05	2.62E-03	0	0.0%	0	0.0%
<b>39</b>	9.47E+04	1.92E-03	1	0.8%	1	0.8%
<b>40</b>	8.23E+04	2.91E-03	3	1.2%	3	1.2%
<b>41</b>	6.74E+04	3.18E-03	2	0.7%	2	0.7%
<b>42</b>	5.52E+04	1.78E-03	2	1.0%	2	1.0%
<b>43</b>	4.99E+04	3.69E-03	-6	-1.6%	-6	-1.6%
<b>44</b>	4.09E+04	2.14E-03	3	1.5%	3	1.5%
<b>45</b>	3.70E+04	2.08E-03	4	1.9%	4	1.9%
<b>46</b>	3.35E+04	2.81E-03	2	0.8%	2	0.8%
<b>47</b>	2.93E+04	1.46E-03	0	-0.1%	0	-0.1%
<b>48</b>	2.74E+04	1.07E-03	-1	-1.0%	-1	-1.0%
<b>49</b>	2.61E+04	9.49E-04	2	2.3%	2	2.3%
<b>50</b>	2.50E+04	2.14E-03	2	0.7%	2	0.7%
<b>51</b>	2.27E+04	4.64E-03	-2	-0.5%	-2	-0.5%
<b>52</b>	1.86E+04	3.40E-03	3	1.0%	5	1.4%
<b>53</b>	1.62E+04	2.01E-03	1	0.5%	0	0.2%
<b>54</b>	1.49E+04	2.40E-03	-1	-0.3%	-1	-0.3%
<b>55</b>	1.36E+04	5.20E-03	-1	-0.3%	0	0.0%
<b>56</b>	1.11E+04	5.39E-03	0	0.1%	-2	-0.4%
<b>57</b>	9.12E+03	5.26E-03	7	1.4%	9	1.8%
<b>58</b>	7.47E+03	5.63E-03	17	3.0%	14	2.5%



Tableau D.2 – (suite)

			Autop. transferts		Pas d'autop. transferts	
Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\tau_{\text{capture}}^{T4}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$
<b>59</b>	6.11E+03	5.96E-03	9	1.6%	10	1.7%
<b>60</b>	5.00E+03	5.60E-03	0	0.1%	0	-0.1%
<b>61</b>	4.10E+03	4.59E-03	7	1.4%	11	2.5%
<b>62</b>	3.48E+03	5.26E-03	3	0.6%	1	0.2%
<b>63</b>	3.00E+03	3.11E-03	-11	-3.4%	-15	-4.9%
<b>64</b>	2.70E+03	3.96E-03	12	3.1%	20	5.1%
<b>65</b>	2.40E+03	5.28E-03	3	0.5%	4	0.8%
<b>66</b>	2.08E+03	3.33E-03	-1	-0.3%	1	0.4%
<b>67</b>	1.81E+03	4.69E-03	1	0.2%	-17	-3.6%
<b>68</b>	1.59E+03	4.74E-03	4	0.9%	14	3.0%
<b>69</b>	1.34E+03	6.48E-03	-13	-1.9%	-45	-6.9%
<b>70</b>	1.13E+03	3.15E-03	-3	-1.0%	24	7.6%
<b>71</b>	1.06E+03	2.90E-03	4	1.4%	-21	-7.2%
<b>72</b>	9.82E+02	2.92E-03	5	1.8%	34	11.5%
<b>73</b>	9.10E+02	4.20E-03	1	0.3%	4	0.8%
<b>74</b>	8.32E+02	3.85E-03	1	0.1%	1	0.2%
<b>75</b>	7.49E+02	4.48E-03	-14	-3.2%	-16	-3.5%
<b>76</b>	6.77E+02	1.40E-03	0	-0.3%	5	3.4%
<b>77</b>	6.47E+02	3.17E-03	0	-0.1%	-12	-3.7%
<b>78</b>	6.13E+02	1.36E-04	0	-0.2%	0	-0.1%
<b>79</b>	6.00E+02	1.28E-03	1	1.2%	-4	-2.8%
<b>80</b>	5.93E+02	1.68E-03	2	1.4%	-5	-3.1%
<b>81</b>	5.77E+02	5.12E-04	0	0.3%	1	2.2%
<b>82</b>	5.39E+02	3.70E-03	0	-0.1%	8	2.3%
<b>83</b>	5.02E+02	3.76E-03	1	0.3%	-3	-0.8%
<b>84</b>	4.54E+02	2.51E-03	2	0.8%	3	1.0%
<b>85</b>	4.19E+02	4.76E-03	-2	-0.4%	1	0.3%
<b>86</b>	3.91E+02	9.15E-04	-1	-0.7%	-2	-2.0%
<b>87</b>	3.72E+02	7.32E-05	0	-0.4%	0	-0.7%
<b>88</b>	3.54E+02	2.88E-03	-7	-2.5%	4	1.4%
<b>89</b>	3.35E+02	1.13E-04	0	-0.6%	0	-4.3%
<b>90</b>	3.20E+02	1.14E-03	-6	-5.2%	-6	-5.5%
<b>91</b>	2.96E+02	2.73E-03	29	10.6%	24	8.8%
<b>92</b>	2.88E+02	4.54E-05	0	0.3%	0	2.9%
<b>93</b>	2.85E+02	2.67E-04	-1	-3.6%	-1	-3.7%
<b>94</b>	2.76E+02	4.05E-03	1	0.2%	27	6.7%
<b>95</b>	2.68E+02	5.39E-04	-1	-1.2%	-3	-5.2%

Tableau D.2 – (suite)

			Autop. transferts		Pas d'autop. transferts	
Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\tau_{\text{capture}}^{T4}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$
<b>96</b>	2.57E+02	6.22E-04	0	-0.3%	-1	-1.1%
<b>97</b>	2.42E+02	4.48E-03	0	0.1%	-31	-6.9%
<b>98</b>	2.36E+02	1.71E-04	0	-0.9%	0	2.1%
<b>99</b>	2.24E+02	3.57E-04	0	-1.0%	0	-0.9%
<b>100</b>	2.12E+02	5.25E-03	-14	-2.7%	15	2.9%
<b>101</b>	2.01E+02	2.70E-04	0	-0.2%	-3	-9.6%
<b>102</b>	1.96E+02	3.41E-04	0	-1.0%	-1	-4.3%
<b>103</b>	1.93E+02	1.19E-03	-1	-1.2%	-20	-17.1%
<b>104</b>	1.90E+02	1.82E-03	-2	-0.9%	-5	-2.9%
<b>105</b>	1.89E+02	2.15E-03	-2	-0.9%	17	8.0%
<b>106</b>	1.88E+02	8.30E-04	-2	-2.9%	1	1.3%
<b>107</b>	1.86E+02	2.50E-04	0	0.7%	-1	-4.6%
<b>108</b>	1.85E+02	1.25E-04	0	0.4%	0	0.0%
<b>109</b>	1.83E+02	2.01E-04	0	0.0%	0	0.2%
<b>110</b>	1.75E+02	2.84E-04	0	-0.7%	0	-0.7%
<b>111</b>	1.68E+02	4.39E-03	-1	-0.3%	3	0.6%
<b>112</b>	1.63E+02	1.35E-04	0	-0.2%	0	-0.6%
<b>113</b>	1.54E+02	3.19E-04	0	-0.7%	0	-0.9%
<b>114</b>	1.47E+02	2.87E-03	3	0.9%	4	1.4%
<b>115</b>	1.40E+02	1.01E-04	0	1.4%	0	0.9%
<b>116</b>	1.33E+02	6.33E-05	0	0.0%	0	-0.1%
<b>117</b>	1.26E+02	2.90E-04	0	0.3%	0	0.1%
<b>118</b>	1.21E+02	9.51E-04	-1	-0.8%	-3	-3.3%
<b>119</b>	1.18E+02	5.17E-03	0	0.1%	-9	-1.7%
<b>120</b>	1.17E+02	2.74E-03	-6	-2.3%	4	1.5%
<b>121</b>	1.15E+02	4.51E-04	0	1.1%	1	1.3%
<b>122</b>	1.13E+02	2.23E-04	0	-0.4%	0	0.3%
<b>123</b>	1.10E+02	5.39E-04	0	-0.7%	-1	-1.2%
<b>124</b>	1.06E+02	2.48E-03	-6	-2.6%	-43	-17.5%
<b>125</b>	1.03E+02	3.92E-03	-7	-1.9%	15	3.9%
<b>126</b>	1.02E+02	2.70E-03	-1	-0.4%	47	17.4%
<b>127</b>	1.02E+02	1.78E-03	-2	-1.3%	18	10.3%
<b>128</b>	1.01E+02	8.34E-04	0	-0.3%	3	3.7%
<b>129</b>	1.01E+02	1.04E-03	1	0.6%	0	0.2%
<b>130</b>	9.73E+01	2.85E-04	0	-1.0%	0	-1.1%
<b>131</b>	9.33E+01	1.28E-03	-2	-1.7%	-3	-2.3%
<b>132</b>	8.88E+01	1.57E-04	0	0.6%	0	0.8%

Tableau D.2 – (suite)

			Autop. transferts		Pas d'autop. transferts	
Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\tau_{\text{capture}}^{T4}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$
<b>133</b>	8.39E+01	7.57E-03	-3	-0.4%	0	-0.1%
<b>134</b>	7.94E+01	1.28E-04	0	0.1%	0	-0.3%
<b>135</b>	7.63E+01	1.03E-04	0	0.1%	0	-0.3%
<b>136</b>	7.36E+01	1.22E-04	0	0.7%	0	0.4%
<b>137</b>	7.19E+01	3.32E-04	0	0.1%	0	-0.1%
<b>138</b>	6.91E+01	1.70E-03	-2	-1.4%	-6	-3.8%
<b>139</b>	6.68E+01	1.34E-03	-1	-0.6%	0	0.2%
<b>140</b>	6.65E+01	2.82E-03	-1	-0.5%	-2	-0.6%
<b>141</b>	6.62E+01	3.25E-03	-2	-0.7%	8	2.5%
<b>142</b>	6.58E+01	3.31E-03	0	0.1%	14	4.3%
<b>143</b>	6.55E+01	2.55E-03	-4	-1.5%	6	2.2%
<b>144</b>	6.50E+01	8.19E-04	0	0.5%	0	-0.5%
<b>145</b>	6.46E+01	6.09E-04	0	0.5%	0	-0.4%
<b>146</b>	6.36E+01	4.88E-04	1	1.5%	1	1.4%
<b>147</b>	6.23E+01	2.74E-04	0	-0.8%	0	-1.0%
<b>148</b>	5.99E+01	1.89E-04	0	0.1%	0	-0.1%
<b>149</b>	5.71E+01	1.24E-04	0	0.7%	0	0.5%
<b>150</b>	5.41E+01	4.62E-05	0	-0.6%	0	-1.0%
<b>151</b>	5.30E+01	5.18E-05	0	-0.4%	0	-0.6%
<b>152</b>	5.18E+01	1.63E-04	0	-0.7%	0	-0.9%
<b>153</b>	4.93E+01	1.06E-04	0	-0.3%	0	-0.4%
<b>154</b>	4.75E+01	1.14E-04	0	0.5%	0	0.3%
<b>155</b>	4.62E+01	1.10E-04	0	-0.2%	0	-0.4%
<b>156</b>	4.53E+01	2.04E-04	0	-0.6%	0	-0.8%
<b>157</b>	4.42E+01	1.91E-04	0	0.1%	0	-0.2%
<b>158</b>	4.31E+01	2.15E-04	0	-0.1%	0	-0.3%
<b>159</b>	4.21E+01	2.66E-04	0	0.2%	0	0.0%
<b>160</b>	4.12E+01	8.10E-04	0	-0.3%	-1	-0.8%
<b>161</b>	3.97E+01	9.86E-04	0	0.0%	0	-0.4%
<b>162</b>	3.88E+01	2.62E-03	-3	-1.1%	-9	-3.5%
<b>163</b>	3.78E+01	2.99E-03	-3	-1.1%	-5	-1.8%
<b>164</b>	3.73E+01	5.49E-03	-3	-0.5%	-67	-12.1%
<b>165</b>	3.69E+01	7.16E-03	-12	-1.6%	36	5.1%
<b>166</b>	3.64E+01	6.04E-03	4	0.7%	103	17.0%
<b>167</b>	3.61E+01	4.03E-03	1	0.3%	-10	-2.6%
<b>168</b>	3.57E+01	3.32E-03	-14	-4.2%	-21	-6.4%
<b>169</b>	3.45E+01	1.34E-03	2	1.3%	1	0.8%

Tableau D.2 – (suite)

			Autop. transferts		Pas d'autop. transferts	
Groupe	$E_{\text{sup}}$ (en eV)	$\tau_{\text{capture}}^{T4}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$	$\Delta\tau$	$\frac{\Delta\tau}{\tau}$
<b>170</b>	3.31E+01	7.00E-04	-1	-1.5%	-1	-1.9%
<b>171</b>	3.17E+01	1.12E-03	0	0.3%	0	0.0%
<b>172</b>	2.79E+01	1.07E-03	0	-0.1%	0	-0.4%
<b>173</b>	2.47E+01	2.07E-03	-3	-1.7%	-5	-2.2%